UNIVERSITÀ DI PADOVA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione

Tesina di Laurea Triennale

Valutazione delle impedenze equivalenti nei circuiti con retroazione.

-La formula di Blackman-

Relatore:
prof. Leopoldo Rossetto

Candidato:
Antonio Maddalosso

Dicembre 2006

Indice

Elenco delle tabelle

Elenco delle figure

Capitolo 1

Introduzione

Un classico sistema retroazionato è composto da un blocco amplificatore con funzione di trasferimento complessa $A(s)$, da una rete di retroazione con funzione di trasferimento complessa $F(s)$ e da un nodo sommatore [11]. Le variabili in ingresso e uscita dai blocchi possono essere sia segnali di tensione che di corrente e vengono scritte con con l'aggiunta di un opportuno pedice. Lo schema a blocchi è quindi il seguente:

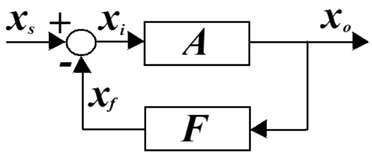


Figura 1.1. Schema di retroazione classico.

Valgono quindi le seguenti relazioni nel dominio delle frequenze:

$$\begin{aligned} X_i(s) &= X_s(s) - X_f(s) \\ X_o(s) &= A(s)X_i(s) \\ X_f(s) &= F(s)X_o(s) \end{aligned} \tag{1.1}$$

Dalle quali si ottiene immediatamente la classica espressione del guadagno ad anello chiuso dell'amplificazione:

$$A_x(s) = \frac{X_o(s)}{X_s(s)} = \frac{A(s)}{1 + A(s)F(s)} = \frac{A(s)}{1 + T(s)} \tag{1.2}$$

Dove $A(s)$ viene detto guadagno ad anello aperto e $T(s)$ guadagno d'anello.

La retroazione può essere sia positiva che negativa a seconda che sia $|1+T(s)| \lessgtr 1$ ovvero a seconda che in valore assoluto l'amplificazione in catena chiusa sia maggiore o minore di quella del sistema in catena aperta. Questa considerazione è particolarmente importante perchè talvolta non è sufficiente, per la retroazione negativa, riportare in ingresso il segnale sfasato di 180°in quanto il guadagno e la fase del segnale prodotto dall'amplificatore dipendono dalla frequenza e quindi si potrebbe produrre una rotazione del segnale tale da causare una retroazione positiva. Assicurando invece la condizione sul modulo di $1 + T(s)$ abbiamo un criterio di validità più generale che garantisce stabilità, ovvero inviando in ingresso un segnale limitato otteniamo in uscita un segnale ancora limitato. La retroazione positiva o rigenerativa è stata impiegata soprattutto in passato per costruire amplificatori ad elevato guadagno, quando si utilizzavano tubi a vuoto, a spese di una scarsa stabilità, successivamente con l'aumentare dell'efficienza dei dispositivi elettronici si è preferito assicurare la stabilità del circuito e quindi utilizzare la retroazione negativa. La retroazione positiva è comunque ancora impiegata ad esempio nella realizzazione di circuiti oscillanti. In generale, l'utilizzo della retroazione negativa nei sistemi fisici consente di ottenere vari vantaggi:

1. diminuzione della sensibilità rispetto alle variazioni dei parametri del sistema in catena aperta;

2. miglioramento della reiezione dei disturbi;

3. amplificazione ad anello chiuso dipendente da quella ad anello aperto e del guadagno d'anello;

inoltre, nel caso di amplificatori elettronici, abbiamo anche:

1. miglioramento delle impedenze di ingresso e uscita;

2. aumento della banda passante;

3. diminuzione degli effetti della distorsione non lineare.

Per il progettista è quindi sufficiente scegliere opportunamente la rete di retroazione per ottenere le desiderate caratteristiche del sistema ad anello chiuso.
La formula (1.2) è stata ricavata utilizzando gli schemi a blocchi i quali per definizione verificano le seguenti proprietà:

1. i blocchi possano essere collegati senza che si influenzino l'uno rispetto all'altro, non vi sono cioè effetti di carico di un blocco rispetto all'altro che ne alteri le sue caratteristiche;

2. non vi è propagazione all'indietro dei segnali ma solo nella direzione prevista dalle frecce.

Nel momento in cui si vuole applicare ad uno schema elettrico i risultati ottenuti per la teoria degli schemi a blocchi occorre tradurlo in uno schema a blocchi equivalente ed occorre fare attenzione che tali ipotesi siano ancora verificate. Talvolta si ha anche a che fare con circuiti per i quali la schematizzazione di Fig. 1.1 non è applicabile quindi i parametri fondamentali quali amplificazione ad anello chiuso, impedenza di ingresso e di uscita non sono determinabili con le formule della retroazione classica che, come vedremo in seguito, si basano proprio sulla rappresentazione di uno schema elettrico in uno a blocchi.

Capitolo 2

Teoria classica degli amplificatori elettronici retroazionati

Alla base della teoria classica vi è il concetto di doppio bipolo di Fig. (2.1) [2], [1], [4], [5], [3], [11]. Se rappresentiamo l'amplificatore e la rete di retroazione con

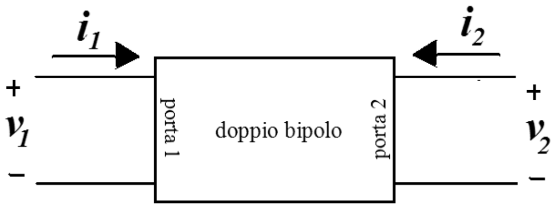


Figura 2.1. Doppio bipolo con le convenzione dei segnali di ingresso e uscita

doppi bipoli possiamo individuare quattro tipologie base di amplificatori elettronici retroazionati come in Fig. 2.2 [1]. Per l'analisi dell'amplificatore reazionato occorre scegliere la rappresentazione parametrica più conveniente del doppio bipolo (vedi Fig. 2.3), in maniera da poter sommare i segnali di tensione e corrente in ingresso e in uscita e poter calcolare per ogni configurazione il guadagno, l'impedenza di ingresso e uscita dell'amplificatore reazionato.

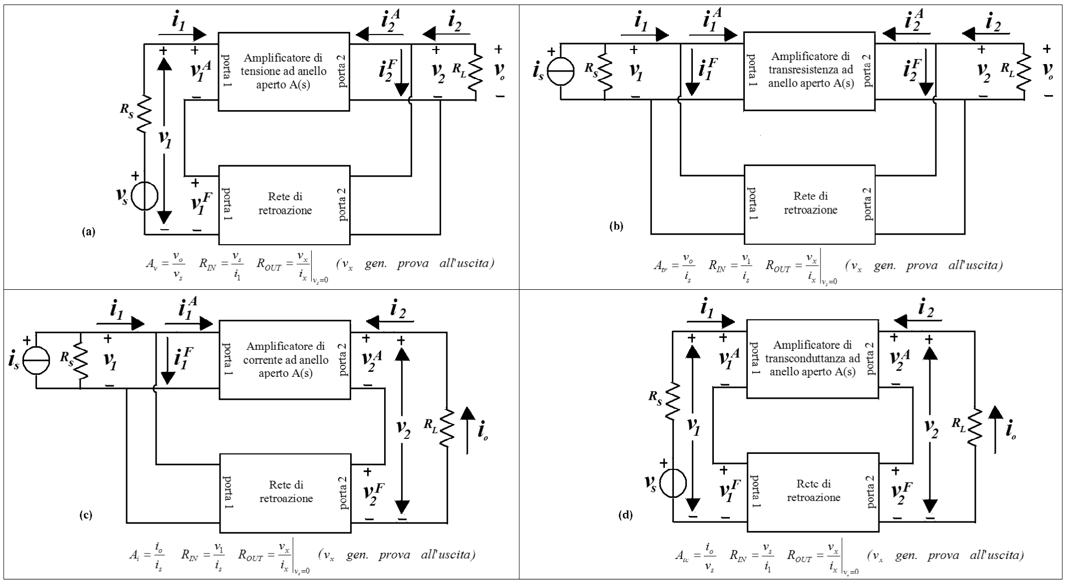


Figura 2.2. (a) Amplificatore di tensione con retroazione serie-parallelo (series-shunt); (b) Amplificatore di transresistenza con retroazione parallelo-parallelo (shunt-shunt); (c) Amplificatore di corrente con retroazione parallelo-serie (shunt-series); (d) Amplificatore di transconduttanza con retroazione serie-serie (series-series)

2.1 Retroazione serie-parallelo

Facendo riferimento alla Fig. 2.2(a) relativa all'amplificatore di tensione con retroazione serie-parallelo risulta conveniente scrivere le equazioni dei doppi bipoli utilizzando i parametri h e utilizzando un apice A o F rispettivamente per l'amplificatore e la rete di retroazione:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1^A = h_{11}^A i_1 + h_{12}^A v_2 \\ i_2^A = h_{21}^A i_1 + h_{22}^A v_2 \end{array} \right. \tag{2.1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1^F = h_{11}^F i_1 + h_{12}^F v_2 \\ i_2^F = h_{21}^F i_1 + h_{22}^F v_2 \end{array} \right. \tag{2.2}$$

Sommiamo ora le tensioni e le correnti ed otteniamo:

$$\begin{array}{r} v_1 = v_1^A + v_1^F = (h_{11}^A + h_{11}^F)i_1 + (h_{12}^A + h_{12}^F)v_2 \\ i_2 = i_1^A + i_1^F = (h_{21}^A + h_{21}^F)i_1 + (h_{22}^A + h_{22}^F)v_2 \end{array} \tag{2.3}$$

E' conveniente raggruppare i parametri definendo:

$$h_{ij}^T = h_{ij}^A + h_{ij}^F \tag{2.4}$$

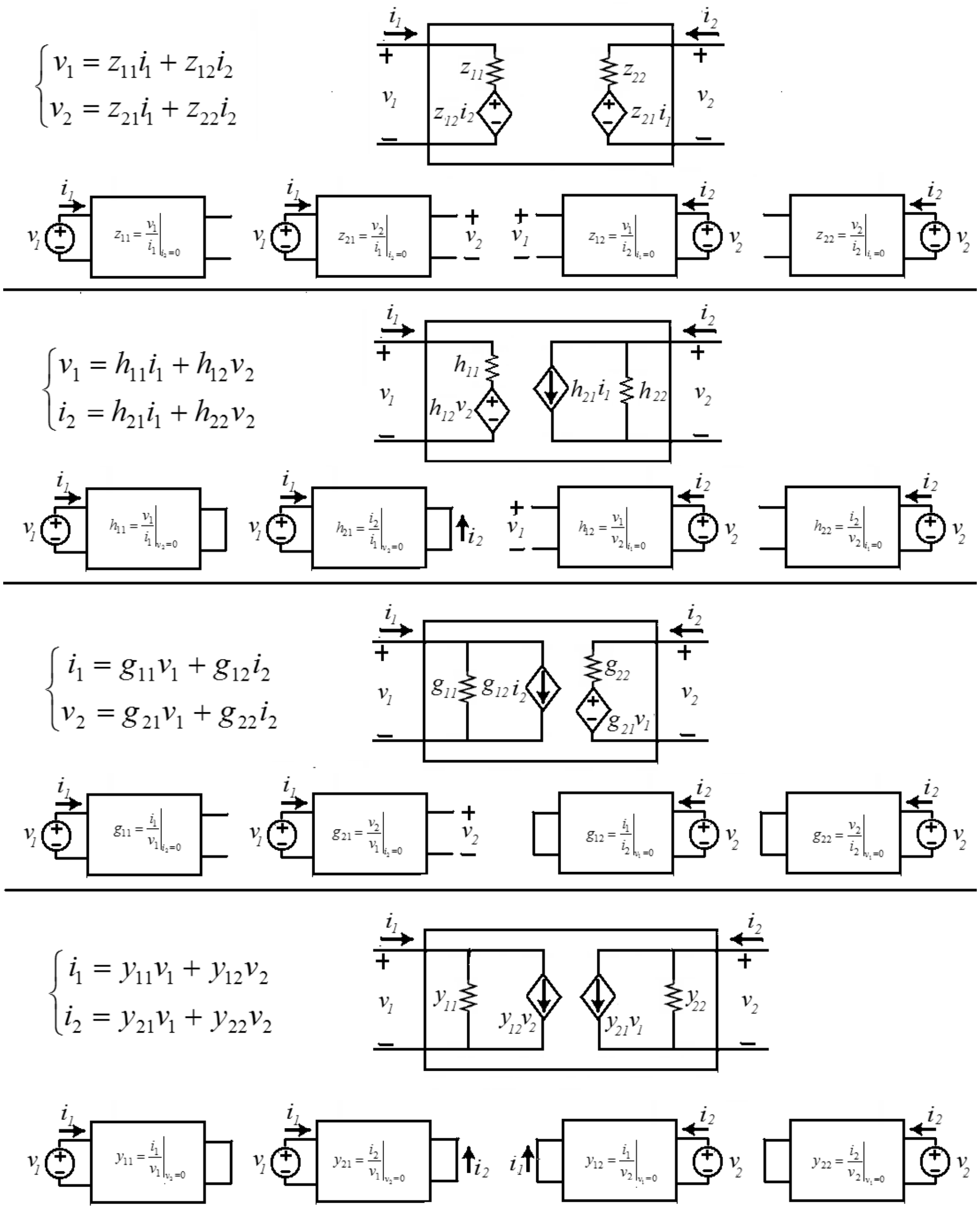


Figura 2.3. Rappresentazione del doppio bipolo con i parametri *z*, *h*, *g* e *y* e loro determinazione

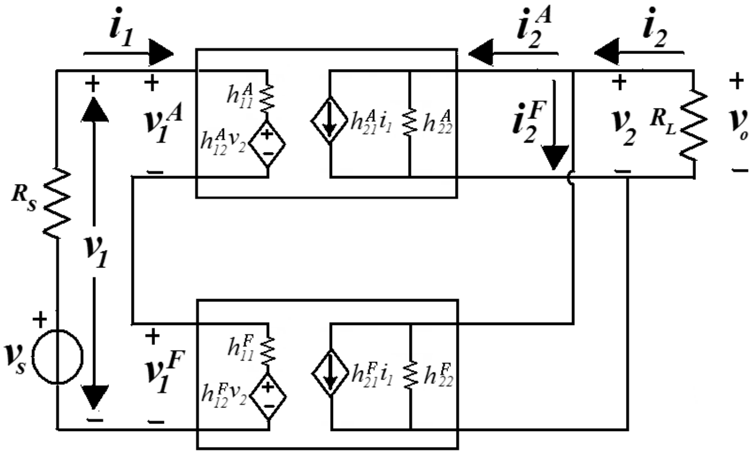


Figura 2.4. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi h

Valgono poi le seguenti relazioni per le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_s - i_1 R_s \\ i_2 &= -\frac{v_2}{R_L} = -G_L v_2 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Sostituendo le (2.4) e (2.5) nelle (2.3) si ottiene:

$$\begin{cases} v_s = (R_s + h_{11}^T) i_1 + h_{12}^T v_2 \\ 0 = h_{21}^T i_1 + (h_{22}^T + G_L) v_2 \end{cases} \tag{2.6}$$

Si ottiene così un sistema di equazioni che consente il calcolo del guadagno dell'amplificatore reazionato e della sua resistenza di ingresso e di uscita.

2.1.1 Calcolo del guadagno

Il guadagno si ottiene esprimendo v_2 in funzione di v_s dal sistema (2.6):

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = \frac{v_2}{v_s} = \frac{h_{21}^T}{h_{21}^T h_{12}^T - (R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)} \tag{2.7}$$

Dividendo numeratore e denominatore per il secondo termine del denominatore la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$A_v = \frac{\frac{-h_{21}^T}{(R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)}}{1 + \frac{-h_{21}^T}{(R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)} h_{12}^T} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.8}$$

dove abbiamo definito:

$$A \triangleq \frac{-h_{21}^T}{(R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)} \quad \text{e} \quad \beta \triangleq h_{12}^T \tag{2.9}$$

L'interpretazione della formula per il calcolo di A_v viene dallo schema di Fig. 2.5, ottenuto da quello di Fig. 2.4 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (h_{11}^F e h_{22}^F), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata v_s, all'uscita, dove abbiamo v_o (h_{21}^A e h_{21}^F), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (h_{12}^A e h_{12}^F). Il guadagno del circuito A si ottiene dal rapporto tra il segnale all'uscita

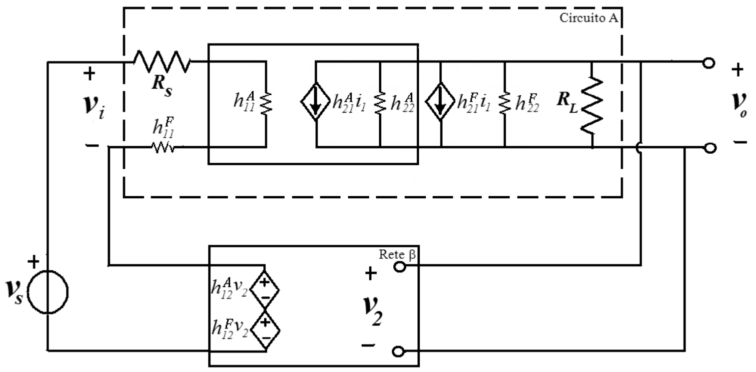


Figura 2.5. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

v_o e quello all'ingresso v_i, oppure spegnendo il generatore controllato della rete di retroazione, ponendo cioè $h_{12}^T = 0$, e utilizzando lo schema della figura 2.6. Si

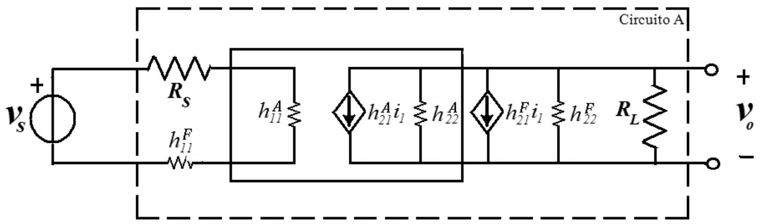


Figura 2.6. Schema per il calcolo del guadagno ad anello aperto

ottiene quindi dopo un calcolo:

$$A = \frac{v_o}{v_i} = \left.\frac{v_o}{v_s}\right|_{h_{12}^T=0} = \frac{-h_{21}^T}{(R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)} \tag{2.10}$$

Infine, utilizzando il circuito di Fig. 2.7 con il circuito A sostituito da un amplificatore di tensione guadagno A e con il generatore controllato della rete di retroazione acceso, si può calcolare il guadagno dell'amplificatore retroazionato dalla relazione $v_o = A(v_s - h_{12}^T v_o)$ ottenendo:

$$A_v = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.11}$$

dove $\beta = h_{12}^T$. La formula così ottenuta per A_v è quindi la stessa dell'Eq. (2.8). Ciò

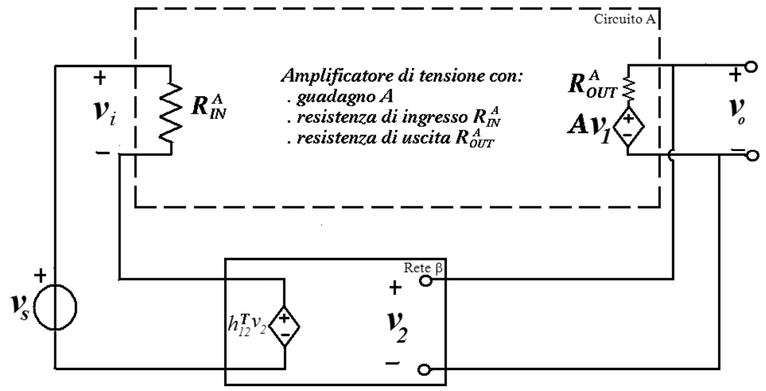


Figura 2.7. Schema per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato

chiarisce la tecnica per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri h_{11}^F, h_{12}^F, h_{21}^F e h_{22}^F della rete di retroazione;
2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.5;
3. determinare il guadagno dell'amplificatore ad anello aperto A dallo schema di Fig. 2.5 calcolando v_o/v_i oppure dallo schema di Fig. 2.6 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;
4. calcolare infine il guadagno dell'amplificatore retroazionato dallo schema di Fig. 2.7 con la formula (2.11).

Nella maggior parte dei casi è possibile fare le seguenti semplificazioni:

$$h_{21}^T \approx h_{21}^A \quad \text{e} \quad h_{12}^T \approx h_{12}^F \tag{2.12}$$

che derivano dal fatto che normalmente il guadagno di corrente dell'amplificatore è molto più grande di quello della rete di retroazione ($h_{21}^A \gg h_{21}^F$) e il guadagno inverso di tensione della rete di retroazione è molto più grande di quello dell'amplificatore ($h_{12}^F \gg h_{12}^A$). Queste ipotesi semplificano i calcoli e si ottengono i seguenti guadagni del circuito A e dell'amplificatore retroazionato:

$$\begin{aligned} A &= \tfrac{-h_{21}^A}{(R_s+h_{11}^T)(h_{22}^T+G_L)} \quad \beta = h_{12}^F \\ A_v &= \tfrac{A}{1+A\beta} = \tfrac{h_{21}^A}{h_{21}^A h_{12}^F-(R_s+h_{11}^T)(h_{22}^T+G_L)} \end{aligned} \tag{2.13}$$

2.1.2 Calcolo della resistenza di ingresso

Per il calcolo della resistenza di ingresso si utilizza il sistema di equazioni (2.6) dal quale si ricava la relazione esistente tra v_s e i_1 eliminando v_2:

$$R_{IN} = \frac{v_s}{i_1} = (R_s + h_{11}^T)[1 + \frac{-h_{21}^T}{(R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)}h_{12}^T] \tag{2.14}$$

Se definiamo la resistenza ad anello aperto $R_{IN}^A \triangleq R_s + h_{11}^T$ corrispondente alla resistenza di ingresso del circuito A di Fig. 2.5 oppure Fig. 2.6 abbiamo:

$$R_{IN} = R_{IN}^A(1 + A\beta) \tag{2.15}$$

Anche qui possiamo individuare una tecnica per il calcolo della resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri h_{11}^F, h_{12}^F, h_{21}^F e h_{22}^F della rete di retroazione;
2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.5;
3. determinare la resistenza di ingresso dell'amplificatore ad anello aperto R_{IN}^A dallo schema di Fig. 2.5 calcolando v_i/i_s oppure dallo schema di Fig. 2.6 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;
4. calcolare infine la resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato R_{IN} dallo schema di Fig. 2.7 con la formula (2.15).

Utilizzando le approssimazioni $h_{21}^A \gg h_{21}^F$ e $h_{12}^F \gg h_{12}^A$ si ottiene:

$$R_{IN} = (R_s + h_{11}^T)[1 + \frac{-h_{21}^A}{(R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)}h_{12}^F] = R_{IN}^A(1 + A\beta) \tag{2.16}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.13).

2.1.3 Calcolo della resistenza di uscita

Per il calcolo della resistenza d'uscita dell'amplificatore controreazionato si procede spegnendo il generatore in ingresso v_s e collegando un generatore di prova v_x all'uscita come rappresentato in Fig. 2.8. Valgono poi le seguenti relazioni per

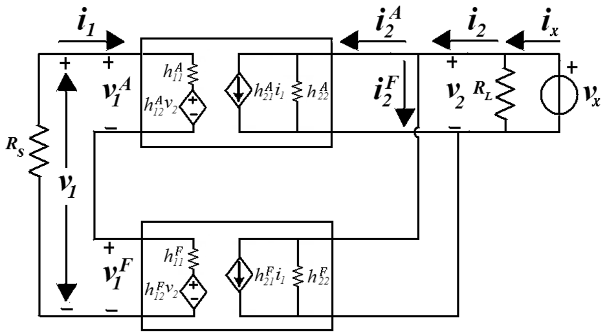


Figura 2.8. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi h per il calcolo della resistenza di uscita

le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} v_1 &= -i_1 R_s \\ v_2 &= v_x \\ i_2 = i_x - \frac{v_2}{R_L} &= i_x - G_L v_2 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Sostituendo le (2.17) nelle (2.3) si ottiene:

$$\begin{cases} 0 = (R_s + h_{11}^T) i_1 + h_{12}^T v_x \\ i_x = h_{21}^T i_1 + (h_{22}^T + G_L) v_2 \end{cases} \tag{2.18}$$

La resistenza di uscita si ottiene esprimendo v_x in funzione di i_x e calcolando:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{R_s + h_{11}^T}{-h_{21}^T h_{12}^T + (R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)} \tag{2.19}$$

Dividendo numeratore e denominatore per il secondo termine del denominatore la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$R_{OUT} = \frac{\frac{1}{h_{22}^T + G_L}}{1 + \frac{-h_{21}^T}{(R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)} h_{12}^T} = \frac{R_{OUT}^A}{1 + A\beta} \tag{2.20}$$

dove A e β sono dati dalle Eq. (2.9) mentre:

$$R_{OUT}^{A} \triangleq \frac{1}{h_{22}^{T} + G_L} \tag{2.21}$$

L'interpretazione della formula per il calcolo di R_{OUT} viene dallo schema di Fig. 2.9 ottenuto da quello di Fig. 2.8 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (h_{11}^{F} e h_{22}^{F}), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata v_s, all'uscita, dove abbiamo v_o (h_{21}^{A} e h_{21}^{F}), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (h_{12}^{A} e h_{12}^{F}). La resistenza di uscita del circuito A si ottiene spegnendo il

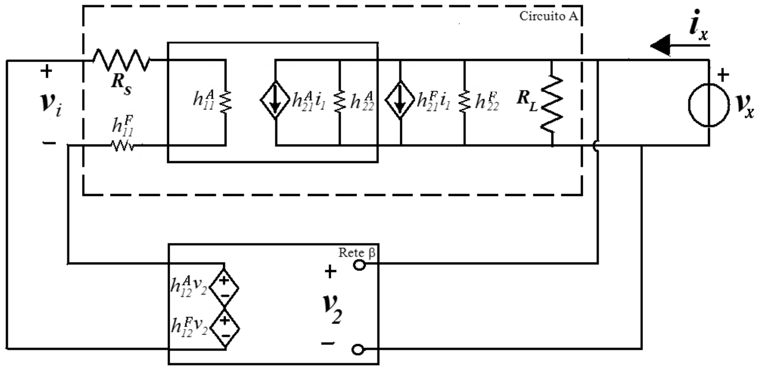


Figura 2.9. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

generatore controllato della rete di retroazione, ponendo cioè $h_{12}^{T} = 0$ e utilizzando lo schema della Fig. 2.10. Ne viene allora:

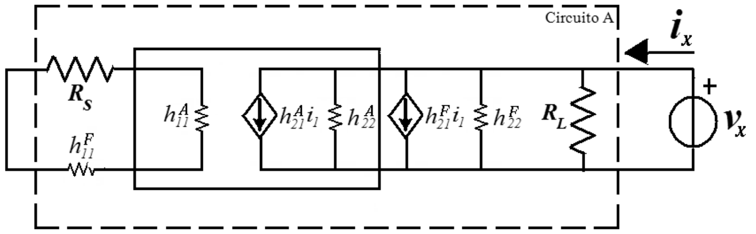


Figura 2.10. Schema per il calcolo della resistenza di uscita ad anello aperto

$$R_{OUT}^{A} = \left.\frac{v_x}{i_x}\right|_{h_{12}^{T}=0} = \frac{1}{h_{22}^{T} + G_L} \tag{2.22}$$

Infine, utilizzando lo schema di Fig. 2.11 con il circuito A costituito dall'amplificatore con tutti i parametri fino ad ora determinati R_{IN}^A, A e R_{OUT}^A, si può calcolare la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato dalle Eq. $v_x = i_x R_{OUT}^A + Av_i$ e $v_i = -h_{12}^T v_x$ ottenendo:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{R_{OUT}^A}{1 + Ah_{12}^T} = \frac{R_{OUT}^A}{1 + A\beta} \tag{2.23}$$

La formula così ottenuta è la stessa dell'Eq. (2.20). Anche qui possiamo allora

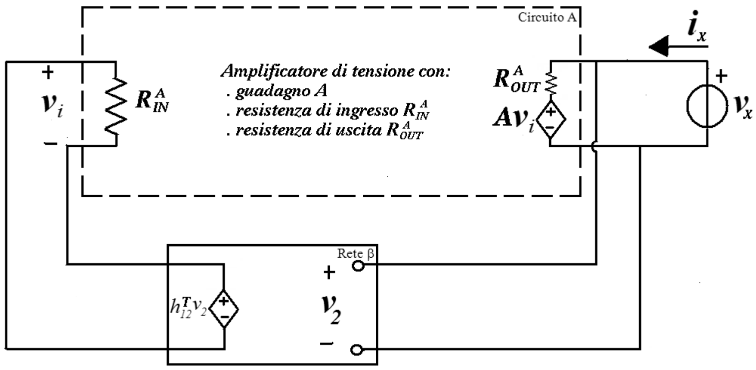


Figura 2.11. Schema per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato

individuare la tecnica per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri h_{11}^F, h_{12}^F, h_{21}^F e h_{22}^F della rete di retroazione;
2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.9;
3. determinare la resistenza di uscita dell'amplificatore ad anello aperto R_{OUT}^A dallo schema di Fig. 2.10 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;
4. calcolare infine la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato R_{OUT} dallo schema di Fig. 2.11 con la formula (2.23).

Anche in questo caso possiamo applicare le approssimazione $h_{21}^A \gg h_{21}^F$ e $h_{12}^F \gg h_{12}^A$ ed ottenere:

$$R_{OUT} = \frac{R_s + h_{11}^T}{-h_{21}^A h_{12}^F + (R_s + h_{11}^T)(h_{22}^T + G_L)} = \frac{R_{OUT}^A}{1 + A\beta} \tag{2.24}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.13).

2.2 Retroazione parallelo-parallelo

Facendo riferimento alla Fig. 2.2(b) relativa all'amplificatore di transresistenza con retroazione serie-parallelo risulta conveniente scrivere le equazioni dei doppi bipoli utilizzando i parametri y e utilizzando un apice A o F rispettivamente per l'amplificatore e la rete di retroazione:

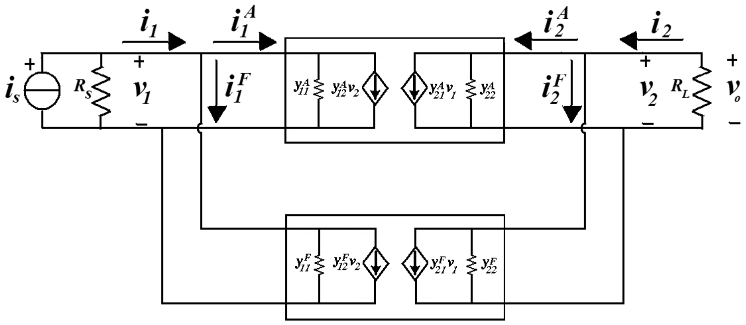


Figura 2.12. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi y

$$\begin{cases} i_1^A = y_{11}^A v_1 + y_{12}^A v_2 \\ i_2^A = y_{21}^A v_1 + y_{22}^A v_2 \end{cases} \tag{2.25}$$

$$\begin{cases} i_1^F = y_{11}^F v_1 + y_{12}^F v_2 \\ i_2^F = y_{21}^F v_1 + y_{22}^F v_2 \end{cases} \tag{2.26}$$

Sommiamo ora le correnti ed otteniamo:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_1^A + i_1^F = (y_{11}^A + y_{11}^F)v_1 + (y_{12}^A + y_{12}^F)v_2 \\ i_2 &= i_2^A + i_2^F = (y_{21}^A + y_{21}^F)v_1 + (y_{22}^A + y_{22}^F)v_2 \end{aligned} \tag{2.27}$$

E' conveniente raggruppare i parametri definendo:

$$y_{ij}^T = y_{ij}^A + y_{ij}^F \tag{2.28}$$

Valgono poi le seguenti relazioni per le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_s - v_1 G_s \\ i_2 &= -\frac{v_2}{R_L} = -G_L v_2 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Sostituendo le (2.28) e (2.29) nelle (2.27) si ottiene:

$$\begin{cases} i_s = (G_s + y_{11}^T)v_1 + y_{12}^T v_2 \\ 0 = y_{21}^T v_1 + (y_{22}^T + G_L)v_2 \end{cases} \tag{2.30}$$

Si ottiene così un sistema di equazioni che consente il calcolo del guadagno dell'amplificatore reazionato e della sua resistenza di ingresso e di uscita.

2.2.1 Calcolo del guadagno

Il guadagno di transresistenza si ottiene esprimendo v_2 in funzione di i_s dal sistema (2.30):

$$A_{tr} = \frac{v_o}{i_s} = \frac{v_2}{i_s} = \frac{y_{21}^T}{y_{21}^T y_{12}^T - (G_s + y_{11}^T)(y_{22}^T + G_L)} \tag{2.31}$$

Dividendo numeratore e denominatore per il secondo termine del denominatore la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$A_{tr} = \frac{\frac{-y_{21}^T}{(G_s+y_{11}^T)(y_{22}^T+G_L)}}{1 + \frac{-y_{21}^T}{(G_s+y_{11}^T)(y_{22}^T+G_L)} y_{12}^T} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.32}$$

dove abbiamo definito:

$$A \triangleq \frac{-y_{21}^T}{(G_s + y_{11}^T)(y_{22}^T + G_L)} \quad \text{e} \quad \beta \triangleq y_{12}^T \tag{2.33}$$

L'interpretazione della formula per il calcolo di A_{tr} viene dallo schema di Fig. 2.13, ottenuto da quello di Fig. 2.12 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (y_{11}^F e y_{22}^F), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata i_s, all'uscita, dove abbiamo v_o (y_{21}^A e y_{21}^F), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (y_{12}^A e y_{12}^F). Il guadagno del circuito A si ottiene dal rapporto tra il segnale all'uscita v_o e quello all'ingresso i_i, oppure spegnendo il generatore controllato della rete di retroazione, ponendo cioè $y_{12}^T = 0$, e utilizzando lo schema della figura 2.14. Si ottiene quindi dopo un calcolo:

$$A = \frac{v_o}{i_i} = \left.\frac{v_o}{i_s}\right|_{y_{12}^T=0} = \frac{-y_{21}^T}{(G_s + y_{11}^T)(y_{22}^T + G_L)} \tag{2.34}$$

Infine, utilizzando il circuito di Fig. 2.15 con il circuito A sostituito da un amplificatore di transresistenza con guadagno A e con il generatore controllato della rete di retroazione acceso, si può calcolare il guadagno dell'amplificatore retroazionato dalla relazione $v_o = A(i_s - y_{12}^T v_o)$ ottenendo:

$$A_{tr} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.35}$$

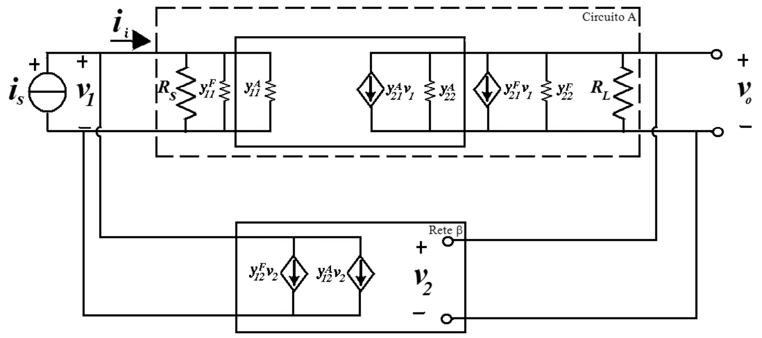


Figura 2.13. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

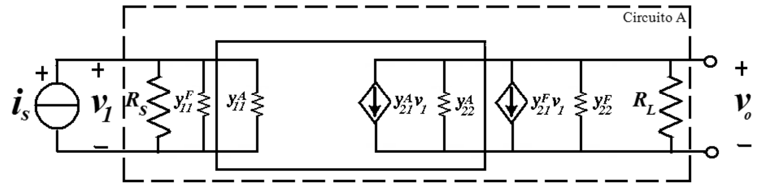


Figura 2.14. Schema per il calcolo del guadagno ad anello aperto

dove $\beta = y_{12}^T$. La formula così ottenuta per A_{tc} è quindi la stessa dell'Eq. (2.32). Ciò chiarisce la tecnica per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri y_{11}^F, y_{12}^F, y_{21}^F e y_{22}^F della rete di retroazione;
2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.13;

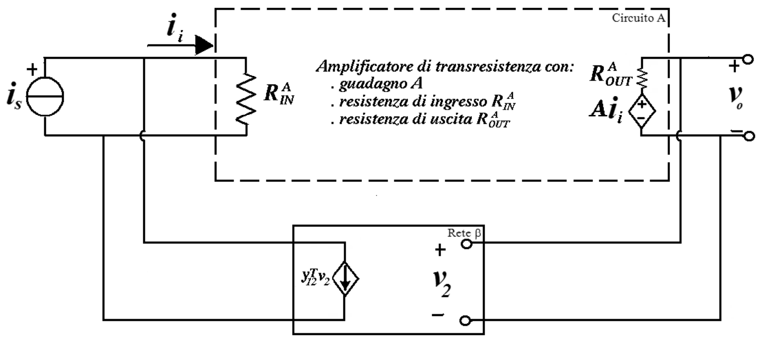


Figura 2.15. Schema per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato

3. determinare il guadagno dell'amplificatore ad anello aperto A dallo schema di Fig. 2.13 calcolando v_o/i_i oppure dallo schema di Fig. 2.14 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;

4. calcolare infine il guadagno dell'amplificatore retroazionato dallo schema di Fig. 2.15 con la formula (2.35).

Nella maggior parte dei casi è possibile fare le seguenti semplificazioni:

$$y_{21}^T \approx y_{21}^A \quad \text{e} \quad y_{12}^T \approx y_{12}^F \tag{2.36}$$

che derivano dal fatto che normalmente il guadagno di corrente dell'amplificatore è molto più grande di quello della rete di retroazione ($y_{21}^A \gg y_{21}^F$) e il guadagno inverso di corrente della rete di retroazione è molto più grande di quello dell'amplificatore ($y_{12}^F \gg y_{12}^A$). Queste ipotesi semplificano i calcoli e si ottengono i seguenti guadagni del circuito A e dell'amplificatore retroazionato:

$$\begin{aligned} A &= \frac{-y_{21}^A}{(G_s+y_{11}^T)(y_{22}^T+G_L)} \quad \beta = h_{12}^F \\ A_{tc} &= \frac{A}{1+A\beta} = \frac{y_{21}^A}{y_{21}^A y_{12}^F-(G_s+y_{11}^T)(y_{22}^T+G_L)} \end{aligned} \tag{2.37}$$

2.2.2 Calcolo della resistenza di ingresso

Per il calcolo della resistenza di ingresso si utilizza il sistema di equazioni (2.30) dal quale si ricava la relazione esistente tra v_1 e i_s eliminando v_2:

$$R_{IN} = \frac{v_1}{i_s} = \frac{v_1}{i_s} = \frac{\frac{1}{G_s+y_{11}^T}}{1+\frac{-y_{21}^T}{(G_s+y_{11}^T)(y_{22}^T+G_L)}y_{12}^T} \tag{2.38}$$

Se definiamo la resistenza ad anello aperto $R_{IN}^A \triangleq \frac{1}{G_s+y_{11}^T}$ corrispondente alla resistenza di ingresso del circuito A di Fig. 2.13 oppure Fig. 2.14 abbiamo:

$$R_{IN} = \frac{R_{IN}^A}{1+A\beta} \tag{2.39}$$

Anche qui possiamo individuare una tecnica per il calcolo della resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri y_{11}^F, y_{12}^F, y_{21}^F e y_{22}^F della rete di retroazione;

2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.13;

3. determinare la resistenza di ingresso dell'amplificatore ad anello aperto R_{IN}^A dallo schema di Fig. 2.13 calcolando v_1/i_i oppure dallo schema di Fig. 2.14 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;

4. calcolare infine la resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato R_{IN} dallo schema di Fig. 2.15 con la formula (2.39).

Utilizzando le approssimazioni $y_{21}^A \gg y_{21}^F$ e $y_{12}^F \gg y_{12}^A$ si ottiene:

$$R_{IN} = \frac{\frac{1}{G_s+y_{11}^T}}{1 + \frac{-y_{21}^A}{(G_s+y_{11}^T)(y_{22}^T+G_L)} y_{12}^F} = R_{IN}^A(1 + A\beta) \tag{2.40}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.37).

2.2.3 Calcolo della resistenza di uscita

Per il calcolo della resistenza d'uscita dell'amplificatore controreazionato si procede spegnendo il generatore in ingresso i_s e collegando un generatore di prova v_x all'uscita come rappresentato in Fig. 2.16. Valgono poi le seguenti relazioni per

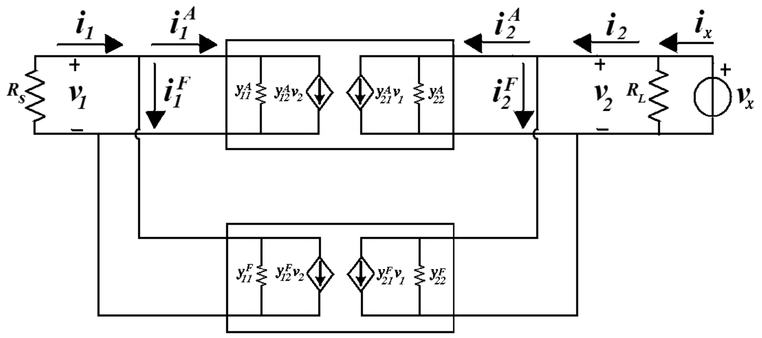


Figura 2.16. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi y per il calcolo della resistenza di uscita

le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} v_1 &= -i_1 R_s \\ v_2 &= v_x \\ i_2 = i_x - \frac{v_2}{R_L} &= i_x - G_L v_2 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Sostituendo le (2.41) nelle (2.27) si ottiene:

$$\begin{cases} 0 = (G_s + y_{11}^T)v_1 + y_{12}^T v_x \\ i_x = y_{21}^T v_1 + (y_{22}^T + G_L)v_x \end{cases} \tag{2.42}$$

La resistenza di uscita si ottiene esprimendo v_x in funzione di i_x e calcolando:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{G_s + y_{11}^T}{-y_{21}^T y_{12}^T + (G_s + y_{11}^T)(y_{22}^T + G_L)} \tag{2.43}$$

Dividendo numeratore e denominatore per il secondo termine del denominatore la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$R_{OUT} = \frac{\frac{1}{y_{22}^T + G_L}}{1 + \frac{-y_{21}^T}{(G_s + y_{11}^T)(y_{22}^T + G_L)} y12^T} = \frac{R_{OUT}^A}{1 + A\beta} \tag{2.44}$$

dove A e β sono dati dalle Eq. (2.33) mentre:

$$R_{OUT}^A \triangleq \frac{1}{y_{22}^T + G_L} \tag{2.45}$$

è la resistenza di uscita ad anello aperto. L'interpretazione della formula per il calcolo di R_{OUT} viene dallo schema di Fig. 2.17 ottenuto da quello di Fig. 2.16 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (y_{11}^F e y_{22}^F), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata i_s, all'uscita, dove abbiamo v_o (y_{21}^A e y_{21}^F), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (y_{12}^A e y_{12}^F). La resistenza di

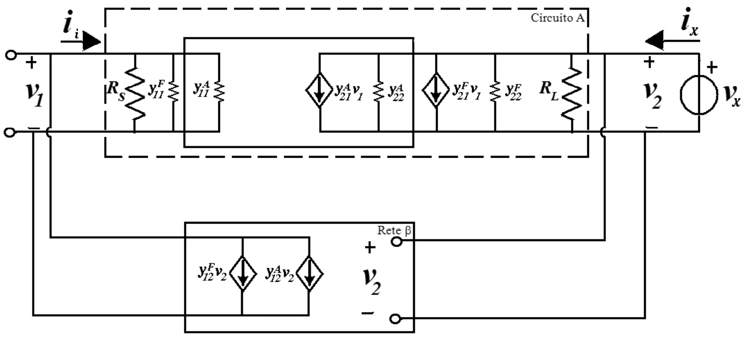


Figura 2.17. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

uscita del circuito A si ottiene spegnendo il generatore controllato della rete di

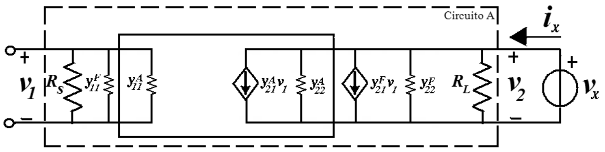


Figura 2.18. Schema per il calcolo della resistenza di uscita ad anello aperto

retroazione, ponendo cioè $y^T_{12} = 0$ e utilizzando lo schema della Fig. 2.18. Ne viene allora:

$$R^A_{OUT} = \left.\frac{v_x}{i_x}\right|_{y^T_{12}=0} = \frac{1}{y^T_{22} + G_L} \tag{2.46}$$

Infine, utilizzando lo schema di Fig. 2.19 con il circuito A costituito dall'amplificatore con tutti i parametri fino ad ora determinati R^A_{IN}, A e R^A_{OUT}, si può calcolare la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato dalle Eq. $v_x = i_x R^A_{OUT} + A i_1$ e $i_1 = -y^T_{12} v_x$ ottenendo:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{R^A_{OUT}}{1 + A y^T_{12}} = \frac{R^A_{OUT}}{1 + A\beta} \tag{2.47}$$

La formula così ottenuta è la stessa dell'Eq. (2.44). Anche qui possiamo allora

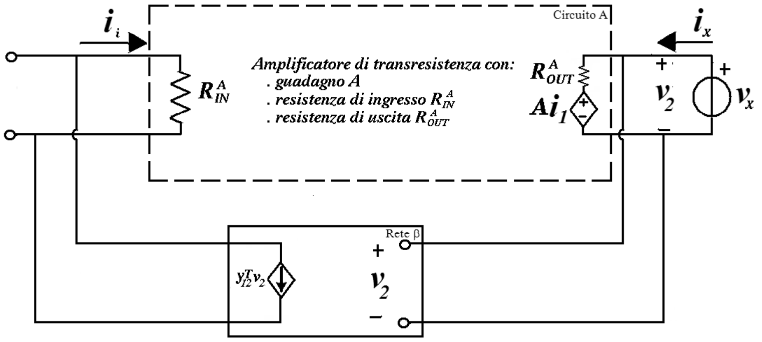


Figura 2.19. Schema per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato

individuare la tecnica per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri y^F_{11}, y^F_{12}, y^F_{21} e y^F_{22} della rete di retroazione;
2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.17;

3. determinare la resistenza di uscita dell'amplificatore ad anello aperto R^A_{OUT} dallo schema di Fig. 2.18 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;

4. calcolare infine la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato R_{OUT} dallo schema di Fig. 2.19 con la formula (2.47).

Anche in questo caso possiamo applicare le approssimazione $y^A_{21} \gg y^F_{21}$ e $y^F_{12} \gg y^A_{12}$ ed ottenere:

$$R_{OUT} = \frac{G_s + y^T_{11}}{-y^A_{21} y^F_{12} + (G_s + y^T_{11})(y^T_{22} + G_L)} = \frac{R^A_{OUT}}{1 + A\beta} \tag{2.48}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.37).

2.3 Retroazione parallelo-serie

Facendo riferimento alla Fig. 2.2(c) relativa all'amplificatore di corrente con retroazione parallelo-serie risulta conveniente scrivere le equazioni dei doppi bipoli utilizzando i parametri g e utilizzando un apice A o F rispettivamente per l'amplificatore e la rete di retroazione:

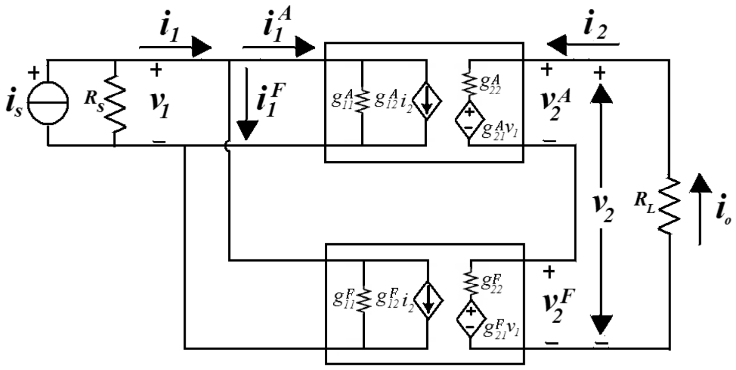


Figura 2.20. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi g

$$\begin{cases} i_1^A = g_{11}^A v_1 + g_{12}^A i_2 \\ v_2^A = g_{21}^A v_1 + g_{22}^A i_2 \end{cases} \tag{2.49}$$

$$\begin{cases} i_1^F = g_{11}^F v_1 + g_{12}^F i_2 \\ v_2^F = g_{21}^F v_1 + g_{22}^F i_2 \end{cases} \tag{2.50}$$

Sommiamo ora le tensioni e le correnti ed otteniamo:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_1^A + i_1^F = (g_{11}^A + g_{11}^F)v_1 + (g_{12}^A + g_{12}^F)i_2 \\ v_2 &= v_2^A + v_2^F = (g_{21}^A + g_{21}^F)v_1 + (g_{22}^A + g_{22}^F)i_2 \end{aligned} \tag{2.51}$$

E' conveniente raggruppare i parametri definendo:

$$g_{ij}^T = g_{ij}^A + g_{ij}^F \tag{2.52}$$

Valgono poi le seguenti relazioni per le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} i_1 &= i_s - v_1 G_s \\ v_2 &= -i_2 R_L \end{aligned} \tag{2.53}$$

Sostituendo le (2.52) e (2.53) nelle (2.51) si ottiene:

$$\begin{cases} i_s = (G_s + g_{11}^T)v_1 + g_{12}^T i_2 \\ 0 = g_{21}^T v_1 + (g_{22}^T + R_L)i_2 \end{cases} \tag{2.54}$$

Si ottiene così un sistema di equazioni che consente il calcolo del guadagno dell'amplificatore reazionato e della sua resistenza di ingresso e di uscita.

2.3.1 Calcolo del guadagno

Il guadagno si ottiene esprimendo i_2 in funzione di i_s dal sistema (2.54):

$$A_i = \frac{i_o}{i_s} = \frac{i_2}{i_s} = \frac{g_{21}^T}{g_{21}^T g_{12}^T - (G_s + g_{11}^T)(g_{22}^T + R_L)} \tag{2.55}$$

Dividendo numeratore e denominatore per il secondo termine del denominatore la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$A_i = \frac{\frac{-g_{21}^T}{(G_s+g_{11}^T)(g_{22}^T+R_L)}}{1 + \frac{-g_{21}^T}{(G_s+g_{11}^T)(g_{22}^T+R_L)} g_{12}^T} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.56}$$

dove abbiamo definito:

$$A \triangleq \frac{-g_{21}^T}{(G_s + g_{11}^T)(g_{22}^T + R_L)} \quad \text{e} \quad \beta \triangleq g_{12}^T \tag{2.57}$$

L'interpretazione della formula per il calcolo di A_i viene dallo schema di Fig. 2.21, ottenuto da quello di Fig. 2.20 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (g_{11}^F e g_{22}^F), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata i_s, all'uscita, dove abbiamo i_o (g_{21}^A e g_{21}^F), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (g_{12}^A e g_{12}^F). Il guadagno del circuito A si ottiene dal rapporto tra il segnale all'uscita i_o e quello all'ingresso i_i, oppure spegnendo il generatore controllato della rete di retroazione, ponendo cioè $g_{12}^T = 0$, e utilizzando lo schema della figura 2.22. Si ottiene quindi dopo un calcolo:

$$A = \frac{i_o}{i_i} = \left.\frac{i_o}{i_s}\right|_{g_{12}^T=0} = \frac{-g_{21}^T}{(G_s + g_{11}^T)(g_{22}^T + R_L)} \tag{2.58}$$

Infine, utilizzando il circuito di Fig. 2.23 con il circuito A sostituito da un amplificatore di tensione guadagno A e con il generatore controllato della rete di retroazione acceso, si può calcolare il guadagno dell'amplificatore retroazionato dalla relazione $i_o = A(i_s - g_{12}^T i_o)$ ottenendo:

$$A_i = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.59}$$

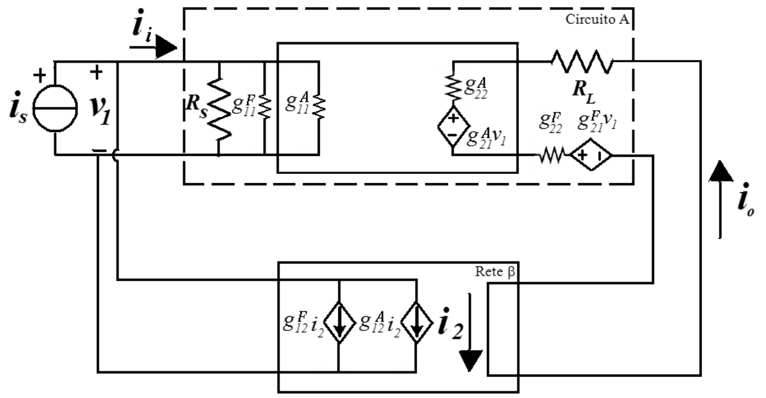


Figura 2.21. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

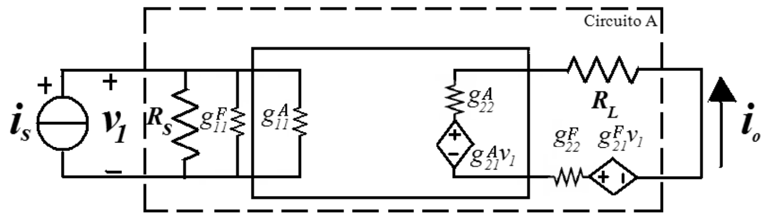


Figura 2.22. Schema per il calcolo del guadagno ad anello aperto

dove $\beta = g_{12}^T$. La formula così ottenuta per A_i è quindi la stessa dell'Eq. (2.56). Ciò chiarisce la tecnica per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri g_{11}^F, g_{12}^F, g_{21}^F e g_{22}^F della rete di retroazione;

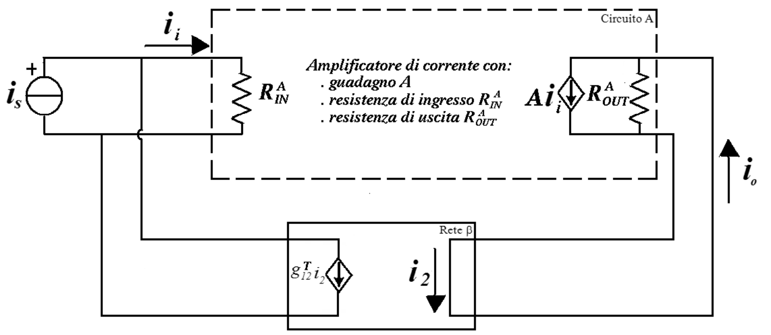


Figura 2.23. Schema per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato

2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.21;

3. determinare il guadagno dell'amplificatore ad anello aperto A dallo schema di Fig. 2.21 calcolando i_o/i_i oppure dallo schema di Fig. 2.22 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;

4. calcolare infine il guadagno dell'amplificatore retroazionato dallo schema di Fig. 2.23 con la formula (2.59).

Nella maggior parte dei casi è possibile fare le seguenti semplificazioni:

$$g_{21}^T \approx g_{21}^A \quad \text{e} \quad g_{12}^T \approx g_{12}^F \tag{2.60}$$

che derivano dal fatto che normalmente il guadagno di tensione dell'amplificatore è molto più grande di quello della rete di retroazione ($g_{21}^A \gg g_{21}^F$) e il guadagno inverso di corrente della rete di retroazione è molto più grande di quello dell'amplificatore ($g_{12}^F \gg g_{12}^A$). Queste ipotesi semplificano i calcoli e si ottengono i seguenti guadagni del circuito A e dell'amplificatore retroazionato:

$$\begin{array}{c} A = \frac{-g_{21}^A}{(G_s+g_{11}^T)(g_{22}^T+R_L)} \quad \beta = g_{12}^F \\ A_i = \frac{A}{1+A\beta} = \frac{g_{21}^A}{g_{21}^A g_{12}^F-(G_s+g_{11}^T)(g_{22}^T+R_L)} \end{array} \tag{2.61}$$

2.3.2 Calcolo della resistenza di ingresso

Per il calcolo della resistenza di ingresso si utilizza il sistema di equazioni (2.54) dal quale si ricava la relazione esistente tra v_1 e i_s eliminando i_2:

$$R_{IN} = \frac{v_1}{i_s} = \frac{\frac{1}{G_s+g_{11}^T}}{1 + \frac{-g_{21}^T}{(G_s+g_{11}^T)(g_{22}^T+R_L)} g_{12}^T} \tag{2.62}$$

Se definiamo la resistenza ad anello aperto $R_{IN}^A \triangleq \frac{1}{G_s+g_{11}^T}$ corrispondente alla resistenza di ingresso del circuito A di Fig. 2.21 oppure Fig. 2.22 abbiamo:

$$R_{IN} = R_{IN}^A(1 + A\beta) \tag{2.63}$$

Anche qui possiamo individuare una tecnica per il calcolo della resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri g_{11}^F, g_{12}^F, g_{21}^F e G_{22}^F della rete di retroazione;

2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.21;

3. determinare la resistenza di ingresso dell'amplificatore ad anello aperto R_{IN}^A dallo schema di Fig. 2.21 calcolando v_1/i_i oppure dallo schema di Fig. 2.22 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;

4. calcolare infine la resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato R_{IN} dallo schema di Fig. 2.23 con la formula (2.63).

Utilizzando le approssimazioni $g_{21}^A \gg g_{21}^F$ e $g_{12}^F \gg g_{12}^A$ si ottiene:

$$R_{IN} = \frac{\frac{1}{G_s+g_{11}^T}}{1+\frac{-g_{21}^A}{(G_s+g_{11}^T)(g_{22}^T+R_L)}g_{12}^T} = R_{IN}^A(1+A\beta) \tag{2.64}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.61).

2.3.3 Calcolo della resistenza di uscita

Per il calcolo della resistenza d'uscita dell'amplificatore controreazionato si procede spegnendo il generatore in ingresso i_s e collegando un generatore di prova v_x all'uscita come rappresentato in Fig. 2.24. Valgono poi le seguenti relazioni per

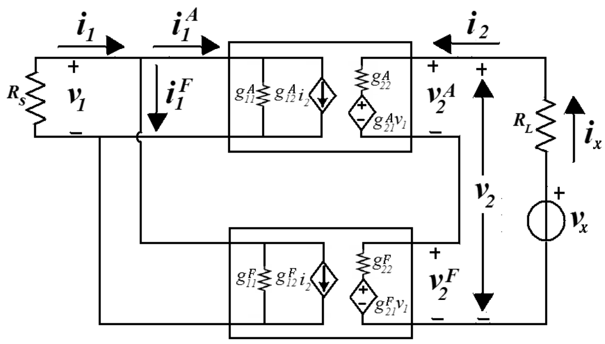


Figura 2.24. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi g per il calcolo della resistenza di uscita

le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} i_1 &= -v_1 G_s \\ i_2 &= i_x \\ v_2 &= i_x - R_L i_2 \end{aligned} \tag{2.65}$$

Sostituendo le (2.65) nelle (2.51) si ottiene:

$$\begin{cases} 0 = (G_s + g_{11}^T)v_1 + g_{12}^T i_x \\ v_x = g_{21}^T v_1 + (g_{22}^T + R_L)i_x \end{cases} \tag{2.66}$$

La resistenza di uscita si ottiene esprimendo v_x in funzione di i_x e calcolando:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{(G_s + g_{11}^T)(g_{22}^T + R_L) - g_{21}^T g_{12}^T}{G_s + g_{11}^T} \tag{2.67}$$

Raccogliendo a numeratore il suo primo termine la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$R_{OUT} = (g_{22}^T + R_L)[1 + \frac{-g_{21}^T}{(G_s + g_{11}^T)(g_{22}^T + R_L)} g_{12}^T] = R_{OUT}^A(1 + A\beta) \tag{2.68}$$

dove A e β sono dati dalle Eq. (2.57) mentre:

$$R_{OUT}^A \triangleq g_{22}^T + R_L \tag{2.69}$$

è la resistenza di uscita ad anello aperto. L'interpretazione della formula per il calcolo di R_{OUT} viene dallo schema di Fig. 2.25 ottenuto da quello di Fig. 2.24 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (g_{11}^F e g_{22}^F), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata i_s, all'uscita, dove abbiamo i_o (g_{21}^A e g_{21}^F), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (g_{12}^A e g_{12}^F). La resistenza di

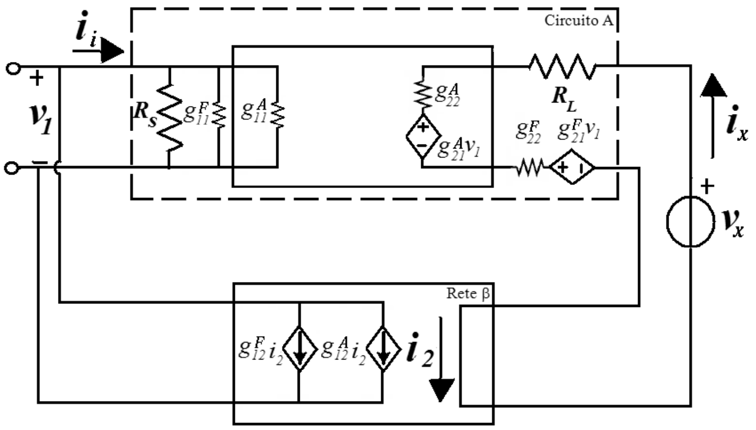


Figura 2.25. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

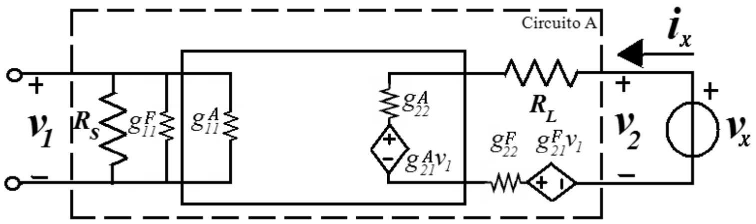


Figura 2.26. Schema per il calcolo della resistenza di uscita ad anello aperto

uscita del circuito A si ottiene spegnendo il generatore controllato della rete di retroazione, ponendo cioè $g_{12}^T = 0$ e utilizzando lo schema della Fig. 2.26. Ne viene allora:

$$R_{OUT}^A = \left.\frac{v_x}{i_x}\right|_{g_{12}^T=0} = \frac{1}{g_{22}^T + R_L} \tag{2.70}$$

Infine, utilizzando lo schema di Fig. 2.27 con il circuito A costituito dall'amplificatore con tutti i parametri fino ad ora determinati R_{IN}^A, A e R_{OUT}^A, si può calcolare la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato dalle Eq. $v_x = (i_x - Ai_i)R_{OUT}^A$ e $i_i = -g_{12}^T i_x$ ottenendo:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = R_{OUT}^A(1 + Ag_{12}^T) = R_{OUT}^A(1 + A\beta) \tag{2.71}$$

La formula così ottenuta è la stessa dell'Eq. (2.68). Anche qui possiamo allora

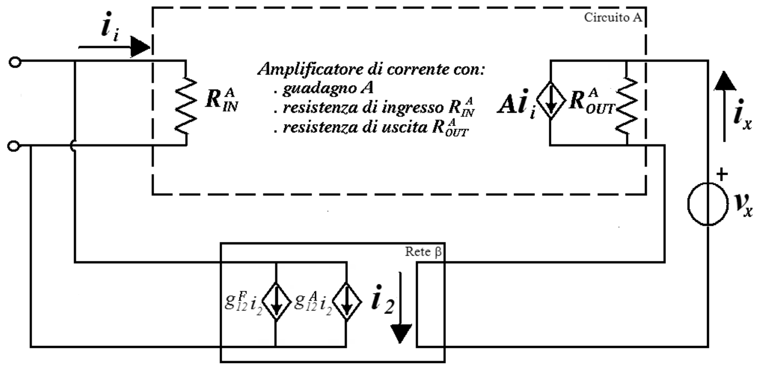


Figura 2.27. Schema per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato

individuare la tecnica per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri g_{11}^F, g_{12}^F, g_{21}^F e g_{22}^F della rete di retroazione;

2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.25;
3. determinare la resistenza di uscita dell'amplificatore ad anello aperto R^A_{OUT} dallo schema di Fig. 2.26 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;
4. calcolare infine la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato R_{OUT} dallo schema di Fig. 2.27 con la formula (2.71).

Anche in questo caso possiamo applicare le approssimazione $g^A_{21} \gg g^F_{21}$ e $g^F_{12} \gg g^A_{12}$ ed ottenere:

$$R_{OUT} = (g^T_{22} + R_L)[1 + \frac{-g^T_{21}}{(G_s + g^T_{11})(g^T_{22} + R_L)} g^T_{12}] = R^A_{OUT}(1 + A\beta) \tag{2.72}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.61).

2.4 Retroazione serie-serie

Facendo riferimento alla Fig. 2.2(d) relativa all'amplificatore di transconduttanza con retroazione serie-parallelo risulta conveniente scrivere le equazioni dei doppi bipoli utilizzando i parametri z e utilizzando un apice A o F rispettivamente per l'amplificatore e la rete di retroazione:

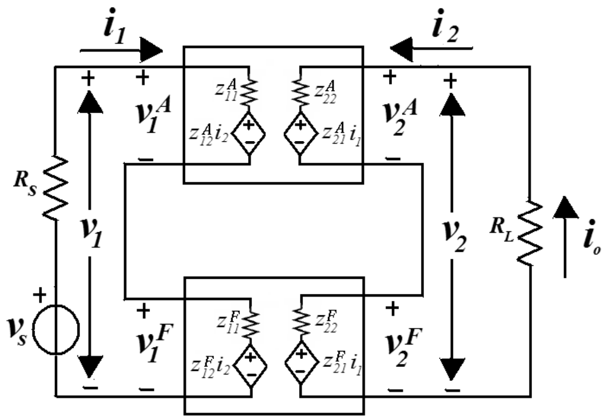


Figura 2.28. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi z

$$\begin{cases} v_1^A = z_{11}^A i_1 + z_{12}^A i_2 \\ v_2^A = z_{21}^A i_1 + z_{22}^A i_2 \end{cases} \tag{2.73}$$

$$\begin{cases} v_1^F = z_{11}^F i_1 + z_{12}^F i_2 \\ v_2^F = z_{21}^F i_1 + z_{22}^F i_2 \end{cases} \tag{2.74}$$

Sommiamo ora le tensioni e le correnti ed otteniamo:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_1^A + v_1^F = (z_{11}^A + z_{11}^F)i_1 + (z_{12}^A + z_{12}^F)i_2 \\ v_2 &= v_2^A + v_2^F = (z_{21}^A + z_{21}^F)i_1 + (z_{22}^A + z_{22}^F)i_2 \end{aligned} \tag{2.75}$$

E' conveniente raggruppare i parametri definendo:

$$z_{ij}^T = z_{ij}^A + z_{ij}^F \tag{2.76}$$

Valgono poi le seguenti relazioni per le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} v_1 &= v_s - i_1 R_s \\ v_2 &= -i_2 R_L \end{aligned} \tag{2.77}$$

Sostituendo le (2.76) e (2.77) nelle (2.75) si ottiene:

$$\begin{cases} v_s = (R_s + z_{11}^T)i_1 + z_{12}^T i_2 \\ 0 = z_{21}^T i_1 + (z_{22}^T + R_L)i_2 \end{cases} \tag{2.78}$$

Si ottiene così un sistema di equazioni che consente il calcolo del guadagno dell'amplificatore reazionato e della sua resistenza di ingresso e di uscita.

2.4.1 Calcolo del guadagno

Il guadagno si ottiene esprimendo i_2 in funzione di v_s dal sistema (2.78):

$$A_{tc} = \frac{i_o}{v_s} = \frac{i_2}{v_s} = \frac{z_{21}^T}{z_{21}^T z_{12}^T - (R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L)} \tag{2.79}$$

Dividendo numeratore e denominatore per il secondo termine del denominatore la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$A_{tc} = \frac{\frac{-z_{21}^T}{(R_s+z_{11}^T)(z_{22}^T+R_L)}}{1 + \frac{-z_{21}^T}{(R_s+z_{11}^T)(z_{22}^T+R_L)} z_{12}^T} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.80}$$

dove abbiamo definito:

$$A \triangleq \frac{-z_{21}^T}{(R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L)} \quad \text{e} \quad \beta \triangleq z_{12}^T \tag{2.81}$$

L'interpretazione della formula per il calcolo di A_{tc} viene dallo schema di Fig. 2.29, ottenuto da quello di Fig. 2.28 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (z_{11}^F e z_{22}^F), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata v_s, all'uscita, dove abbiamo i_o (z_{21}^A e z_{21}^F), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (z_{12}^A e z_{12}^F). Il guadagno del circuito A si ottiene dal rapporto tra il segnale all'uscita i_o e quello all'ingresso v_i, oppure spegnendo il generatore controllato della rete di retroazione, ponendo cioè $z_{12}^T = 0$, e utilizzando lo schema della figura 2.30. Si ottiene quindi dopo un calcolo:

$$A = \frac{i_o}{v_i} = \left.\frac{i_o}{v_s}\right|_{z_{12}^T=0} = \frac{-z_{21}^T}{(R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L)} \tag{2.82}$$

Infine, utilizzando il circuito di Fig. 2.31 con il circuito A sostituito da un amplificatore di tensione guadagno A e con il generatore controllato della rete di

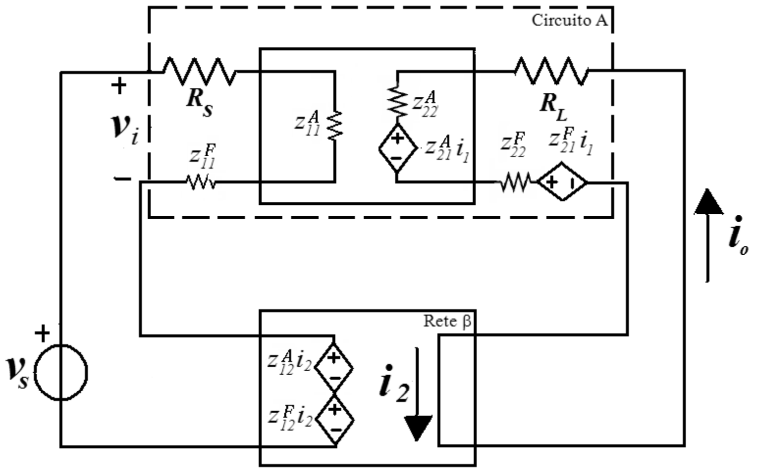


Figura 2.29. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

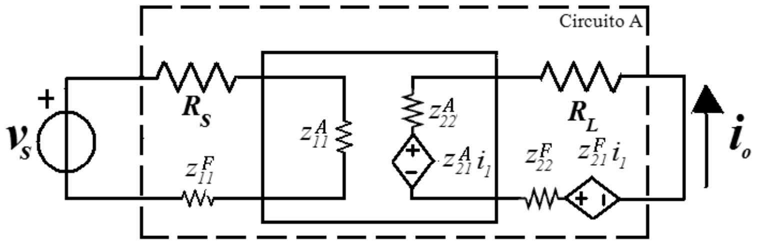


Figura 2.30. Schema per il calcolo del guadagno ad anello aperto

retroazione acceso, si può calcolare il guadagno dell'amplificatore retroazionato dalla relazione $i_o = A(v_s - z_{12}^T i_o)$ ottenendo:

$$A_{tc} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{2.83}$$

dove $\beta = z_{12}^T$. La formula così ottenuta per A_{tc} è quindi la stessa dell'Eq. (2.80). Ciò chiarisce la tecnica per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri z_{11}^F, z_{12}^F, z_{21}^F e z_{22}^F della rete di retroazione;

2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.29;

3. determinare il guadagno dell'amplificatore ad anello aperto A dallo schema di Fig. 2.29 calcolando i_o/v_i oppure dallo schema di Fig. 2.30 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;

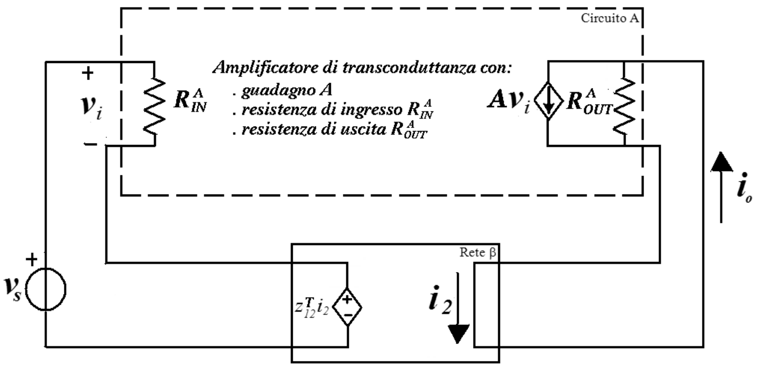


Figura 2.31. Schema per il calcolo del guadagno dell'amplificatore retroazionato

4. calcolare infine il guadagno dell'amplificatore retroazionato dallo schema di Fig. 2.31 con la formula (2.83).

Nella maggior parte dei casi è possibile fare le seguenti semplificazioni:

$$z_{21}^T \approx z_{21}^A \quad \text{e} \quad z_{12}^T \approx z_{12}^F \tag{2.84}$$

che derivano dal fatto che normalmente il guadagno di tensione dell'amplificatore è molto più grande di quello della rete di retroazione ($z_{21}^A \gg z_{21}^F$) e il guadagno inverso di tensione della rete di retroazione è molto più grande di quello dell'amplificatore ($z_{12}^F \gg z_{12}^A$). Queste ipotesi semplificano i calcoli e si ottengono i seguenti guadagni del circuito A e dell'amplificatore retroazionato:

$$\begin{array}{c} A = \frac{-z_{21}^A}{(R_s+z_{11}^T)(z_{22}^T+R_L)} \quad \beta = h_{12}^F \\ A_{tc} = \frac{A}{1+A\beta} = \frac{z_{21}^A}{z_{21}^A z_{12}^F-(R_s+z_{11}^T)(z_{22}^T+R_L)} \end{array} \tag{2.85}$$

2.4.2 Calcolo della resistenza di ingresso

Per il calcolo della resistenza di ingresso si utilizza il sistema di equazioni (2.78) dal quale si ricava la relazione esistente tra v_s e i_1 eliminando i_2:

$$R_{IN} = \frac{v_s}{i_1} = (R_s + z_{11}^T)[1 + \frac{-z_{21}^T}{(R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L)} z_{12}^T] \tag{2.86}$$

Se definiamo la resistenza ad anello aperto $R_{IN}^A \triangleq R_s + z_{11}^T$ corrispondente alla resistenza di ingresso del circuito A di Fig. 2.29 oppure Fig. 2.30 abbiamo:

$$R_{IN} = R_{IN}^A(1 + A\beta) \tag{2.87}$$

Anche qui possiamo individuare una tecnica per il calcolo della resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri z_{11}^F, z_{12}^F, z_{21}^F e z_{22}^F della rete di retroazione;
2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.29;
3. determinare la resistenza di ingresso dell'amplificatore ad anello aperto R_{IN}^A dallo schema di Fig. 2.29 calcolando v_i/i_s oppure dallo schema di Fig. 2.30 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;
4. calcolare infine la resistenza di ingresso dell'amplificatore retroazionato R_{IN} dallo schema di Fig. 2.31 con la formula (2.87).

Utilizzando le approssimazioni $z_{21}^A \gg z_{21}^F$ e $z_{12}^F \gg z_{12}^A$ si ottiene:

$$R_{IN} = (R_s + z_{11}^T)[1 + \frac{-z_{21}^A}{(R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L)} z_{12}^T] = R_{IN}^A(1 + A\beta) \tag{2.88}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.85).

2.4.3 Calcolo della resistenza di uscita

Per il calcolo della resistenza d'uscita dell'amplificatore controreazionato si procede spegnendo il generatore in ingresso v_s e collegando un generatore di prova v_x all'uscita come rappresentato in Fig. 2.32. Valgono poi le seguenti relazioni per le maglie di ingresso e uscita:

$$\begin{aligned} i_1 &= -v_1 G_s \\ i_2 &= i_x \\ v_2 &= v_x - R_L i_2 \end{aligned} \tag{2.89}$$

Sostituendo le (2.89) nelle (2.75) si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = (R_s + z_{11}^T)i_1 + z_{12}^T i_x \\ v_x = z_{21}^T i_1 + (z_{22}^T + R_L)i_x \end{array} \right. \tag{2.90}$$

La resistenza di uscita si ottiene esprimendo v_x in funzione di i_x e calcolando:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = \frac{(R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L) - z_{21}^T z_{12}^T}{R_s + z_{11}^T} \tag{2.91}$$

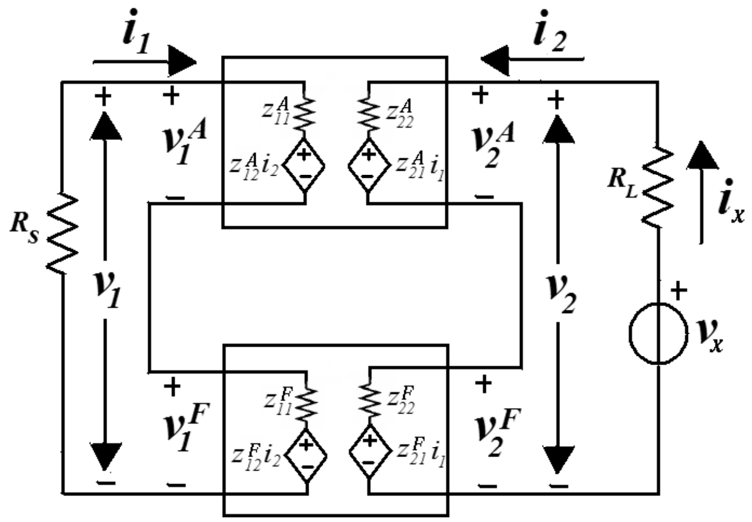


Figura 2.32. Rappresentazione dei doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato con i parametri ibridi z per il calcolo della resistenza di uscita

Raccogliendo a numeratore il suo primo termine la formula può essere riscritta nella seguente maniera:

$$R_{OUT} = (z_{22}^T + R_L)[1 + \frac{-z_{21}^T}{(R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L)} z_{12}^T] = R_{OUT}^A(1 + A\beta) \tag{2.92}$$

dove A e β sono dati dalle Eq. (2.81) mentre:

$$R_{OUT}^A \triangleq z_{22}^T + R_L \tag{2.93}$$

è la resistenza di uscita ad anello aperto. L'interpretazione della formula per il calcolo di R_{OUT} viene dallo schema di Fig. 2.33 ottenuto da quello di Fig. 2.32 raccogliendo nel circuito A il carico dovuto alla rete di retroazione (z_{11}^F e z_{22}^F), R_L e i generatori che trasferiscono il segnale dall'ingresso, dove è applicata v_s, all'uscita, dove abbiamo i_o (z_{21}^A e z_{21}^F), mentre i generatori che trasferiscono da uscita a ingresso sono stati raccolti nella rete di retroazione (z_{12}^A e z_{12}^F). La resistenza di uscita del circuito A si ottiene spegnendo il generatore controllato della rete di retroazione, ponendo cioè $z_{12}^T = 0$ e utilizzando lo schema della Fig. 2.34. Ne viene allora:

$$R_{OUT}^A = \left.\frac{v_x}{i_x}\right|_{z_{12}^T=0} = z_{22}^T + R_L \tag{2.94}$$

Infine, utilizzando lo schema di Fig. 2.35 con il circuito A costituito dall'amplificatore con tutti i parametri fino ad ora determinati R_{IN}^A, A e R_{OUT}^A, si può calcolare

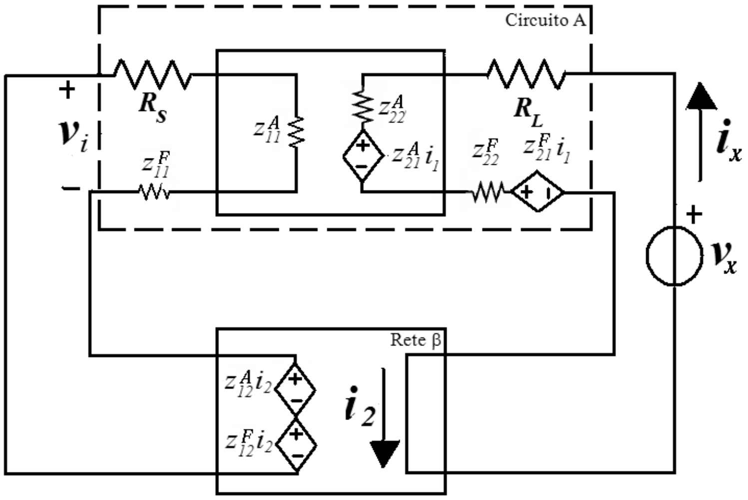


Figura 2.33. Rappresentazione dell'amplificatore retroazionato con il trasferimento di carico e dei generatori tra le due reti

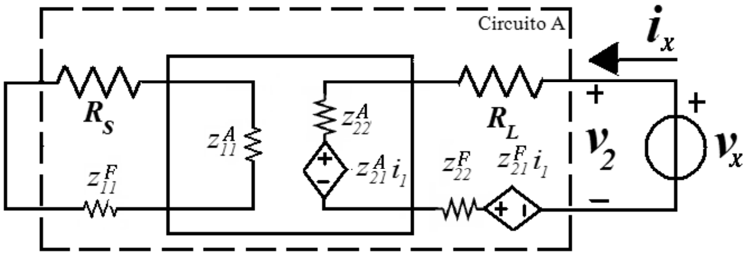


Figura 2.34. Schema per il calcolo della resistenza di uscita ad anello aperto

la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato dalle Eq. $v_x = (i_x - Av_i)R_{OUT}^A$ e $v_i = -z_{12}^T i_x$ ottenendo:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x} = R_{OUT}^A(1 + Az_{12}^T) = R_{OUT}^A(1 + A\beta) \tag{2.95}$$

La formula così ottenuta è la stessa dell'Eq. (2.92). Anche qui possiamo allora individuare la tecnica per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato:

1. determinare i parametri z_{11}^F, z_{12}^F, z_{21}^F e z_{22}^F della rete di retroazione;

2. trasferire il carico e i generatori tra l'amplificatore e la rete di retroazione come mostrato in Fig. 2.33;

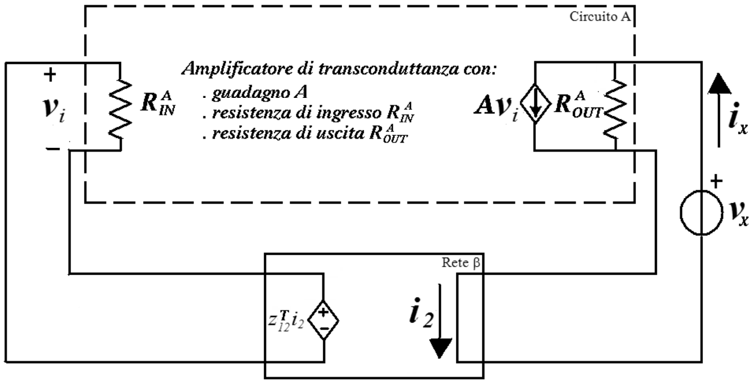


Figura 2.35. Schema per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato

3. determinare la resistenza di uscita dell'amplificatore ad anello aperto R_{OUT}^A dallo schema di Fig. 2.34 che ha i generatori della rete di retroazione spenti;

4. calcolare infine la resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato R_{OUT} dallo schema di Fig. 2.35 con la formula (2.95).

Anche in questo caso possiamo applicare le approssimazione $z_{21}^A \gg z_{21}^F$ e $z_{12}^F \gg z_{12}^A$ ed ottenere:

$$R_{OUT} = (z_{22}^T + R_L)[1 + \frac{-z_{21}^A}{(R_s + z_{11}^T)(z_{22}^T + R_L)} z_{12}^F] = \frac{R_{OUT}^A}{1 + A\beta} \tag{2.96}$$

con A e β dati dalle Eq. (2.85).

2.5 Sintesi teoria classica degli amplificatori retroazionati

La Tab. 2.1 presenta la sintesi della teoria sviluppata nei paragrafi precedenti dell'amplificatore retroazionato nelle quattro configurazioni delle Figg. 2.4, 2.12, 2.20 e 2.28.

Caratteristiche \ Topologia	serie parallelo	parallelo parallelo	parallelo serie	serie serie
Segnale di retroazione	v_1^F	i_1^F	i_1^F	v_1^F
Segnale di uscita	v_o	v_o	i_o	i_o
Segnale di ingresso	v_s	i_s	i_s	v_s
Parametri	h_{ij}	y_{ij}	g_{ij}	z_{ij}
β	h_{12}^T	y_{12}^T	g_{12}^T	z_{12}^T
A	$\frac{v_0}{v_i} = \frac{v_o}{v_s}\Big\vert_{h_{12}^T=0} = \frac{-h_{21}^T}{(R_s+h_{11}^T)(h_{22}^T+G_L)}$	$\frac{v_0}{i_i} = \frac{v_o}{i_s}\Big\vert_{y_{12}^T=0} = \frac{-y_{21}^T}{(G_s+y_{11}^T)(y_{22}^T+G_L)}$	$\frac{i_0}{i_i} = \frac{i_o}{i_s}\Big\vert_{g_{12}^T=0} = \frac{-g_{21}^T}{(G_s+g_{11}^T)(g_{22}^T+R_L)}$	$\frac{i_0}{v_i} = \frac{i_o}{i_s}\Big\vert_{z_{12}^T=0} = \frac{-z_{21}^T}{(R_s+z_{11}^T)(z_{22}^T+R_L)}$
R_{IN}^A	$\frac{v_i}{i_s} = \frac{v_s}{i_1}\Big\vert_{h_{12}^F=0} = R_s + h_{11}^T$	$\frac{v_1}{i_i} = \frac{v_1}{i_s}\Big\vert_{y_{12}^F=0} = \frac{1}{G_s+y_{11}^T}$	$\frac{v_1}{i_i} = \frac{v_1}{i_s}\Big\vert_{g_{12}^F=0} = \frac{1}{G_s+g_{11}^T}$	$\frac{v_i}{i_s} = \frac{v_s}{i_1}\Big\vert_{z_{12}^F=0} = R_s + z_{11}^T$
R_{OUT}^A	$\frac{v_o}{i_x}\Big\vert_{h_{12}^F=0} = \frac{1}{h_{22}^T+G_L}$	$\frac{v_o}{i_x}\Big\vert_{y_{12}^F=0} = \frac{1}{y_{22}^T+G_L}$	$\frac{v_x}{i_o}\Big\vert_{g_{12}^F=0} = g_{22}^T + R_L$	$\frac{v_x}{i_o}\Big\vert_{z_{12}^F=0} = z_{22}^T + R_L$
A_f	$A_v = \frac{A}{1+A\beta}$	$A_{tr} = \frac{A}{1+A\beta}$	$A_i = \frac{A}{1+A\beta}$	$A_{tc} = \frac{A}{1+A\beta}$
R_{IN}	$R_{IN}^A(1 + A\beta)$	$\frac{R_{IN}^A}{1+A\beta}$	$\frac{R_{IN}^A}{1+A\beta}$	$R_{IN}^A(1 + A\beta)$
R_{OUT}	$\frac{R_{OUT}^A}{1+A\beta}$	$\frac{R_{OUT}^A}{1+A\beta}$	$R_{OUT}^A(1 + A\beta)$	$R_{OUT}^A(1 + A\beta)$
Approssimazioni tipiche	$h_{21}^A \gg h_{21}^F$ $h_{12}^F \gg h_{12}^A$	$y_{21}^A \gg y_{21}^F$ $y_{12}^F \gg y_{12}^A$	$g_{21}^A \gg g_{21}^F$ $g_{12}^F \gg g_{12}^A$	$z_{21}^A \gg z_{21}^F$ $z_{12}^F \gg z_{12}^A$

Ottenute spegnendo il generatore all'ingresso e collegando un generatore di prova v_x all'uscita.

Per la serie moltiplicare per il fattore $(1 + A\beta)$, per il parallelo dividere per il fattore $(1 + A\beta)$.

Tabella 2.1. Sintesi teoria classica amplificatori retroazionati

Capitolo 3

Teoria unificata degli amplificatori retroazionati

Si può formulare una teoria unificata degli amplificatori retroazionati prendendo spunto da [4], [5] e [6]. Considerando lo schema a blocchi di un amplificatore elettronico retroazionato di Fig. 3.1 i segnali in ingresso e uscita e i rapporti possono essere sia tensioni che correnti. In particolare possiamo far riferimento alla tabella 3.1 per le quattro configurazioni studiate.

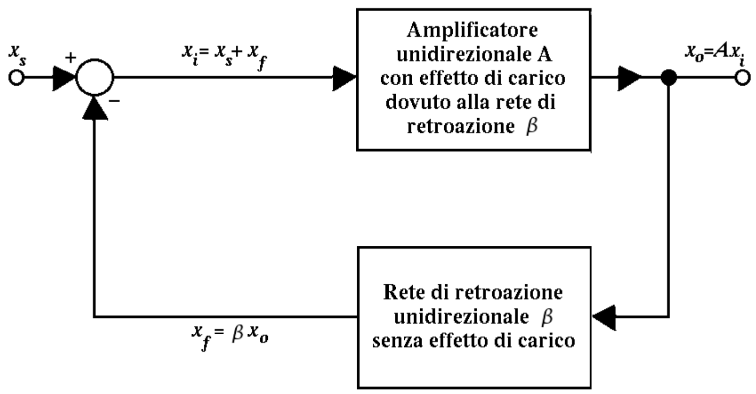


Figura 3.1. Schema a blocchi dell'amplificatore retroazionato per la teoria unificata.

Si noti che nello schema di Fig. 3.1 l'amplificatore A ha al suo interno gli effetti di carico della rete di retroazione β e sono stati spostati i generatori tra di esso e la rete di carico in maniera che siano entrambi unidirezionali, quindi fisicamente lo schema rappresenta una della quattro configurazioni di Figg. 2.5, 2.13, 2.21 e

Segnale o rapporto \ Topologia	serie parallelo	parallelo parallelo	parallelo serie	serie serie
x_o	v_o	v_o	i_o	i_o
x_s	v_s	i_s	i_s	v_s
x_f	v_1^F	i_1^F	i_1^F	v_1^F
x_i	v_i	i_i	i_i	v_i
A	$\frac{v_o}{v_i}$	$\frac{v_o}{i_i}$	$\frac{i_o}{i_i}$	$\frac{i_o}{v_i}$
β	$\frac{v_1^F}{v_o}$	$\frac{i_1^F}{v_o}$	$\frac{i_1^F}{i_o}$	$\frac{v_1^F}{i_o}$

Tabella 3.1. Segnali e rapporti per la teoria unificata degli amplificatori retroazionati.

2.29. I rapporti β e A sono quindi dati dalle seguenti formule:

$$\beta = \frac{x_f}{x_o} \qquad\qquad A = \frac{x_o}{x_i} \tag{3.1}$$

A rappresenta il *guadagno ad anello aperto* ottenuto come se la retroazione fosse spenta cioè $\beta = 0$. Se definiamo $A_f = \frac{x_o}{x_s}$ il guadagno dell'amplificatore retroazionato in una delle quattro configurazioni e utilizziamo le formule (3.1) e la relazione $x_i = x_s - x_f$ otteniamo:

$$A_f = \frac{x_o}{x_s} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{3.2}$$

A_f viene detto *guadagno ad anello chiuso* perchè dipende dalla retroazione. Definiamo infine il *guadagno d'anello* o *fattore di riporto* T dato dal rapporto tra il segnale di riporto della rete di retroazione e quello di ingresso all'amplificatore:

$$T = \frac{x_f}{x_i} = A\beta \tag{3.3}$$

Se ora ricordiamo che lo schema a blocchi è la rappresentazione di un amplificatore elettronico retroazionato, definiamo la resistenza di ingresso ad anello aperto R_{IN}^A dal rapporto tra tensione e corrente in ingresso all'amplificatore con la formula $R_{IN}^A = \frac{v_i}{i_i}$. Successivamente calcoliamo la resistenza di ingresso ad anello chiuso con la formula $R_{IN} = \frac{v_s}{i_s}$ tenendo conto se abbiamo una connessione serie oppure parallelo all'ingresso e si ottiene:

$$\begin{aligned} R_{IN} &= R_{IN}^A(1 + A\beta) = R_{IN}^A(1 + T) && \text{connessione serie in input} \\ R_{IN} &= R_{IN}^A \tfrac{1}{1+A\beta} = R_{IN}^A \tfrac{1}{1+T} && \text{connessione parallelo in input} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Per il calcolo della resistenza di uscita dell'amplificatore retroazionato occorre spegnere il generatore all'ingresso che produce il segnale x_s e inviare un segnale v_x all'uscita dell'amplificatore con un generatore di prova. Definiamo quindi la resistenza di uscita ad anello aperto $R^A_{OUT} = \frac{v_x}{i_x}|_{\beta=0}$ ottenuta con la retroazione spenta. Successivamente calcoliamo la resistenza di uscita ad anello chiuso con la formula $R_{OUT} = \frac{v_x}{i_x}$ accendendo la retroazione e, a seconda della connessione serie oppure parallelo all'uscita, otteniamo:

$$\begin{aligned} R_{OUT} &= R^A_{OUT}(1 + A\beta) = R^A_{OUT}(1 + T) && \text{connessione serie in output} \\ R_{OUT} &= R^A_{OUT}\frac{1}{1+A\beta} = R^A_{OUT}\frac{1}{1+T} && \text{connessione parallelo in output} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Osserviamo che anche la teoria unificata richiede che l'amplificatore e la rete di retroazione siano rappresentabili come doppi bipoli, ma ha il vantaggio di essere più schematica.

Capitolo 4

La formula di Bode

Vogliamo ora ricavare la formula di Bode [9] che ci servirà successivamente per derivare la formula di Blackman e quella di Rosenstark:

Formula di Bode: *Si abbia una rete elettrica lineare formata da un certo numero di generatori dipendenti e indipendenti. Si individuino due porte della rete, una di ingresso e una di uscita alle quali associamo delle variabili elettriche (tensioni o correnti) x_s e x_o rispettivamente. Si scelga un generatore dipendente qualsiasi $x_g = kx_i$, in cui x_g è la variabile comandata e x_i quella di comando, si spengano tutti i generatori indipendenti allora il guadagno A_c è dato dalla formula di Bode:*

$$A_c = \frac{x_o}{x_s} = A\frac{1+T_o}{1+T_i} \tag{4.1}$$

dove:

1. $A = \left.\frac{x_o}{x_s}\right|_{k=0}$ *è il guadagno a sistema morto, cioè quando viene spento il generatore dipendente scelto;*

2. $T_o = -k\left.\frac{x_i}{x_g}\right|_{x_o=0}$ *è il fattore di riporto ottenuto supponendo indipendente il generatore scelto e annullando l'uscita x_o variando l'ingresso x_s;*

3. $T_i = -k\left.\frac{x_i}{x_g}\right|_{x_s=0}$ *è il fattore di riporto ottenuto supponendo indipendente il generatore scelto e con ingresso x_s nullo.*

Il metodo generale per il calcolo del fattore di riporto è il seguente:

Definizione fattore di riporto: *Sia $x_g = kx_i$ un generatore dipendente di una rete elettrica, dove x_g è quella comandata e x_i è quella di comando. Sostituiamo ad esso un generatore indipendente Y, spegniamo eventuali generatori indipendenti e calcoliamo il* *suo effetto sulla variabile di comando $X = x_i$. Il rapporto di ritorno è per definizione: $T = -k\frac{X}{Y}$.*

Dimostrazione. Dimostriamo ora la formula di Bode facendo vedere che è una diretta conseguenza del principio di sovrapposizione applicato alle reti lineari. Consideriamo lo schema di una rete lineare di Fig. 4.1. Dalla rete abbiamo estratto

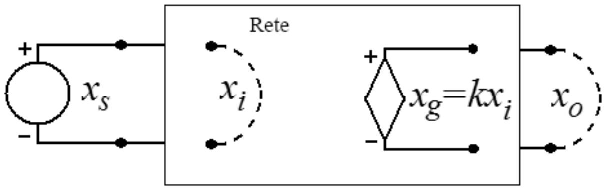


Figura 4.1. Schema di una rete lineare per la dimostrazione della formula di Bode.

una porta di ingresso alla quale colleghiamo un generatore di tensione o corrente x_s di prova, e una porta di uscita dalla quale preleviamo un segnale di tensione o di corrente x_o. Se all'interno della rete vi sono dei generatori indipendenti questi vanno spenti e quindi i risultati che otterremo saranno validi solo sotto la condizione di non avere generatori indipendenti all'interno della rete. Normalmente negli amplificatori retroazionati il generatore x_s rappresenta il segnale di ingresso e x_o l'uscita dell'amplificatore. Vi possono poi essere un certo numero di generatori dipendenti all'interno della rete e noi ne scegliamo uno che indichiamo con $x_g = kx_i$. Questo generatore può essere sia di tensione che di corrente e x_i rappresenta la variabile di comando, la quale può essere anche'essa sia una tensione che una corrente. Il generatore non deve essere necessariamente uno dei generatori comandati del modello incrementale a parametri h, y, g o z di qualche componente linearizzato intorno ad un suo punto di lavoro, quanto piuttosto un generatore con le seguenti caratteristiche, non necessariamente tutte individuabili nello stesso generatore:

1. consenta di avere una topologia serie o parallelo con il generatore di ingresso x_s, e quindi uno dei fattori di riporto nullo, per semplificare i calcoli, come accade nella teoria classica. Si osservi che un ragionamento analogo per l'uscita può portare a delle singolarità nella formula;

2. consenta al generatore di ingresso x_s di agire sull'uscita x_o per annullarla, in maniera da non avere singolarità nella formula;

3. influisca in maniera dominante rispetto a tutti gli altri sulla variabile di controllo x_i in maniera da avere una buona determinazione dei fattori di riporto. Solitamente è il generatore con il guadagno più elevato.

Inizialmente, come viene fatto nell'analisi delle rete ai nodi o alle maglie, consideremo anche questo generatore indipendente, ignorando la dipendenza tra x_g e x_i, successivamente, imporremo il vincolo $x_g = kx_i$. In alternativa è possibile distinguere tra il segnale della rete x_i e il segnale di comando $\widehat{x_i}$ del generatore dipendente e successivamente imporre la condizione $\widehat{x_i} = x_i$. Enventuali altri generatori dipendenti funzioneranno regolarmente e contribuiranno a determinare la risposta del circuito. Siamo interessati a determinare il rapporto $A_c = x_o/x_s$ tra la risposta x_o e l'ingresso x_s dell'amplificatore retroazionato. Da queste ipotesi possiamo scrivere le seguenti equazioni per il segnale di uscita x_o e il segnale di comando x_i che vengono direttamente dal principio di sovrapposizione delle reti elettriche lineari:

$$x_o = Ax_s + Bx_g \tag{4.2}$$
$$x_i = Cx_s + Dx_g \tag{4.3}$$

essendo:

$$\begin{aligned} A &= \left.\tfrac{x_o}{x_s}\right|_{x_g=0} \quad & B &= \left.\tfrac{x_o}{x_g}\right|_{x_s=0} \\ C &= \left.\tfrac{x_i}{x_s}\right|_{x_g=0} \quad & D &= \left.\tfrac{x_i}{x_g}\right|_{x_s=0} \end{aligned} \tag{4.4}$$

Le equazioni vanno completate con l'aggiunta del vincolo:

$$x_g = kx_i \tag{4.5}$$

Dalla Eq. (4.2) ricaviamo il rapporto voluto:

$$A_c = \frac{x_o}{x_s} = A + B\frac{x_g}{x_s} \tag{4.6}$$

Dalla Eq. (4.3) e dalla (4.5) ricaviamo:

$$\frac{x_g}{x_s} = \frac{Ck}{1 - kD} \tag{4.7}$$

e quindi otteniamo:

$$A_c = A + B\frac{Ck}{1 - kD} \tag{4.8}$$

Notiamo immediatamente che A_c può essere scomposto in un termine costante A ed un termine dipendente da k che tende a zero quando $k \to 0$ ovvero quando il generatore controllato va in spegnimento. Raccogliendo A possiamo riscrivere ora l'Eq. (4.8) nel seguente modo:

$$A_c = A\frac{1 - kD + \frac{CkB}{A}}{1 - kD} \tag{4.9}$$

Osserviamo dalle Eq. (4.4) che il fattore $-kD$ è dato da:

$$-kD = -k\frac{x_i}{x_g}\bigg|_{x_s=0} \tag{4.10}$$

ovvero è dato da $-k$ moltiplicato per il rapporto tra il segnale x_i prodotto da un generatore indipendente x_g con $x_s = 0$. Tale condizione è equivalente a spegnere il generatore x_s ovvero sostituire ad esso un cortocircuito per un generatore di tensione e un circuito aperto per uno di corrente. Questo è proprio il fattore di riporto T_i calcolato rispetto al generatore controllato x_g quando il generatore all'ingresso è spento $x_s = 0$:

$$T_i = -k\frac{x_i}{x_g}\bigg|_{x_s=0} = -kD \tag{4.11}$$

Proviamo ora a calcolare il fattore di riporto T_o rispetto al generatore controllato x_g quando l'uscita sia annullata $x_o = 0$. Dobbiamo quindi moltiplicare per il fattore $-k$ il rapporto tra il segnale x_i prodotto collegando un un generatore indipendente x_g regolando nel contempo il generatore in ingresso x_s in maniera che l'uscita x_o sia annullata. Se utilizziamo l'Eq. (4.3) abbiamo:

$$T_o = -k\frac{x_i}{x_g}\bigg|_{x_o=0} = -kC\frac{x_s}{x_g}\bigg|_{x_o=0} - kD \tag{4.12}$$

dall'Eq. (4.2) otteniamo poi il valore di x_s che dà $x_o = 0$ e calcoliamo il rapporto:

$$\frac{x_s}{x_g}\bigg|_{x_o=0} = -\frac{B}{A} \tag{4.13}$$

infine:

$$T_o = \frac{CkB}{A} - kD \tag{4.14}$$

Quindi l'Eq. (4.9) presenta al numeratore il fattore di riporto T_o e la possiamo riscrivere così:

$$A_c = A\frac{1 + T_o}{1 + T_i} \tag{4.15}$$

L'Eq. (4.15) è proprio la *formula di Bode* e consente di calcolare una qualsiasi funzione di trasferimento tra due porte di una rete utilizzando il guadagno diretto A, ottenuto spegnendo un generatore dipendente della rete, e i due fattori di riporto T_i e T_o, relativi allo stesso generatore, agendo sul generatore della porta di ingresso in maniera da annullare l'ingresso e l'uscita rispettivamente. □

E' possibile fare anche una dimostrazione alternativa utilizzando i diagrammi a blocchi:

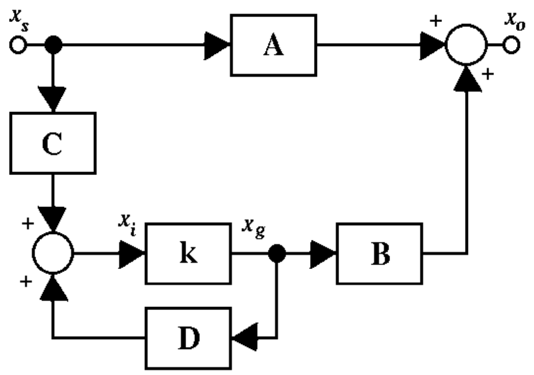


Figura 4.2. Diagramma a blocchi per la dimostrazione della formula di Bode.

Dimostrazione. La Fig. 4.2 dà una rappresentazione delle Eq. 4.2, 4.3 e 4.5. Osserviamo immediatamente che possiamo raccogliere in un unico blocco tutto il cammino che da x_s porta a x_o passando per C ed otteniamo il diagramma di Fig. 4.3. Da quest'ultimo otteniamo immediatamente il guadagno A_c:

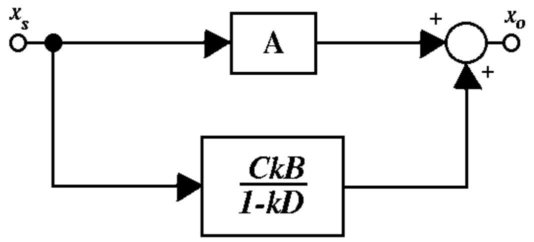


Figura 4.3. Trasformazione del diagramma a blocchi.

$$A_c = \frac{x_o}{x_s} = A + \frac{CkB}{1 - kD} = A\frac{1 - kD + \frac{CkB}{A}}{1 - kD} \tag{4.16}$$

Interpretiamo ora i fattori della formula.

1. A è il guadagno a sistema morto $\left.\frac{x_o}{x_s}\right|_{k=0}$, cioè spegnendo il generatore controllato, come viene immediatamente dal diagramma di Fig. 4.4 in cui abbiamo posto $k = 0$.

2. $-kD + \frac{CkB}{A}$ è il fattore di riporto ottenuto agendo sull'ingresso x_s in maniera da avere $x_o = 0$. Utilizzando il diagramma di Fig. 4.5 in cui abbiamo introdotto

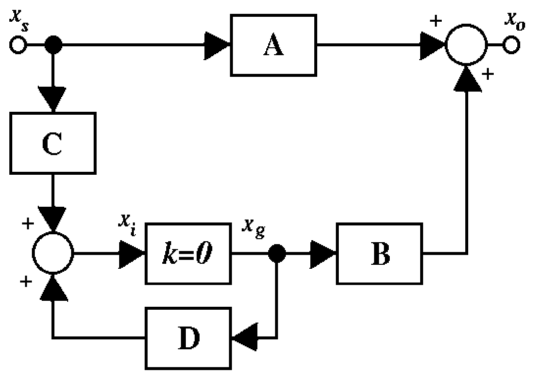


Figura 4.4. Determinazione di A dal diagramma a blocchi.

il segnale indipendente Y e quello dipendente X per il calcolo dei fattori di riporto otteniamo $x_s = -\frac{BY}{A}$ e quindi:

$$T_o = -k\frac{X}{Y}\bigg|_{x_o=0} = -kD + \frac{CkB}{A} \tag{4.17}$$

3. $-kD$ è il fattore di riporto ottenuto spegnendo l'ingresso $x_s = 0$. Utilizzando il diagramma di Fig. 4.5 otteniamo:

$$T_i = -k\frac{X}{Y}\bigg|_{x_s=0} = -kD \tag{4.18}$$

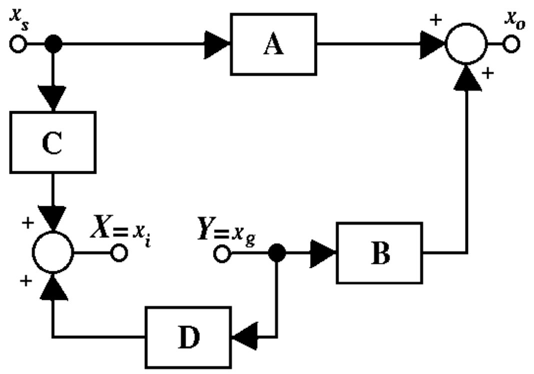


Figura 4.5. Determinazione di T_o e T_i dal diagramma a blocchi.

Otteniamo quindi la Formula di Bode:

$$A_c = A\frac{1 + T_o}{1 + T_i} \tag{4.19}$$

□

Osservazione 1: Per quanto riguarda la scelta del generatore indipendente x_g occorre fare attenzione a non incorrere a singolarità nella formula di Bode. Consideriamo come esempio il circuito di Fig. 4.6(a) e scegliamo il generato-

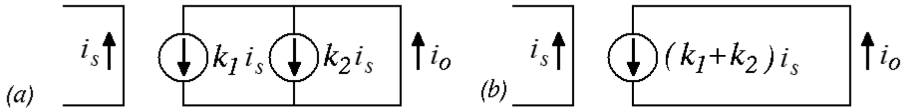


Figura 4.6. Scelta dei generatori.

re $k_1 i_s$ per il calcolo della formula di Bode del guadagno $A_c = A\frac{1+T_o}{1+T_i}$, otteniamo subito: $A = \frac{i_o}{i_s}|_{k_1=0} = k_2$, $T_o = \frac{k_1}{k_2}$ e $T_i = 0$ da cui $A_c = k_1 + k_2$ correttamente. Se però prendiamo in considerazione il circuito di Fig. 4.6(b) e applichiamo Bode con l'unico generatore disponibile otteniamo $A = \frac{i_o}{i_s}|_{k_1+k_2=0} = 0$ e $T_i = 0$. Per calcolare T_o abbiamo qualche problema perché non è possibile regolare i_s in maniera da avere $i_o = 0$ (occorre sostituire $(k_1 + k_2)i_s$ con un generatore indipendente), non avendo più i_s la possibilità di comandare i_o. Ripartiamo quindi dal circuito 4.6(a) e facciamo la seguente operazione di limite in maniera da passare dalla situazione (a) a quella (b) con continuità: $k_2 \to 0$, $k_1 \to k_1+k_2$. Ne viene allora $A \to 0$, $T_o \to +\infty$ e $A_c = K1+K2$ costante. Quindi mano a mano che integriamo il generatore $k_2 i_s$ nel generatore $k_1 i_s$ il fattore di riporto T_o tende ad infinito perchè i_s tramite esso deve cercare di annullare i_o. Non possiamo applicare la formula di Bode direttamente al circuito di Fig. 4.6(b) perchè per esso non vale più il principio di sovrapposizione degli effetti da cui siamo partiti per ricavare la formula di Bode, infatti per l'Eq. (4.2) i_o dovrebbe dipendere sia da i_s che dal generatore indipendente utilizzato al posto di $(k_1+k_2)i_s$ per dimostrare la formula. Questo suggerisce che la scelta dei generatori va fatta tra quelli che consentano ancora l'applicazione del principio di sovrapposizione per la variabile di uscita. Qualora questo non sia possibile occorre modificare il circuito e fare qualche operazione di limite.

Osservazione 2: Per quanto riguarda la variabile di comando x_i dall'Eq. (4.3) possiamo fare le seguenti considerazioni. Se x_i è proporzionale all'ingresso x_s allora dobbiamo avere $D = 0$ e quindi il fattore di riporto T_i è nullo. Se invece x_i è proporzionale dall'uscita x_o allora il sistema è formato da due equazioni linearmente dipendenti ed abbiamo $AD = BC$ per cui il fattore di riporto T_o è nullo, ciò è quanto accade anche nella teoria classica per il calcolo del guadagno in cui $x_o = x_i$.

Capitolo 5

La formula di Blackman

Dalle formule (3.4) e (3.5) appare evidente che le resistenze di ingresso R_{IN}^A e uscita R_{OUT}^A possone esere determinate ponendo $T = 0$ ovvero spegnendo la retroazione. Bode chiamò questa condizione Sistema Morto e indicò le corrispondenti resistenze R_{ID} e R_{OD} dove D sta per Dead [5], [3], [9].

Il fattore di riporto T del paragrafo precedente per un amplificatore elettronico retroazionato si può ottenere anche spegnendo il generatore all'ingresso $x_s = 0$, sostituendo al generatore dipendente $x_f = \beta x_o$ in uscita della rete di retroazione un generatore indipendente Y e determinando l'effetto prodotto da quest'ultimo sulla variabile di comando $X = x_o$. Ne viene allora $T = -\beta \frac{X}{Y}|_{x_s=0}$ dove il segno meno è dovuto al fatto che il segnale attraversa il nodo sommatore. Poichè T viene valutato ponendo $x_s = 0$, cioè spegnendo il generatore all'ingresso, se prendiamo in considerazione le due configurazioni serie e parallelo all'ingresso dell'amplificatore retroazionato e osserviamo la Tab. 3.1 notiamo che questo equivale rispettivamente ad avere una tensione nulla all'ingresso, e quindi a cortocircuitare i terminali di ingresso, ed una corrente nulla all'ingresso, e quindi ad aprire i terminali di ingresso. Utilizzando anche qui la nomenclatura di Bode indicheremo questi fattori di riporto rispettivamente con T_{SC}, dove SC sta per Short Circuit, e T_{OC}, dove OC sta per Open Circuit. Quindi le formule per il calcolo delle resistenze diventano:

$$\begin{aligned} R_{IN} &= R_{ID}(1 + T_{SC}) && \text{connessione serie in input} \\ R_{IN} &= R_{ID}\frac{1}{1+T_{OC}} && \text{connessione parallelo in input} \end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned} R_{OUT} &= R_{OD}(1 + T_{SC}) && \text{connessione serie in output} \\ R_{OUT} &= R_{OD}\frac{1}{1+T_{OC}} && \text{connessione parallelo in output} \end{aligned} \tag{5.2}$$

I due fattori di riporto non possono essere entrambi diversi da zero nel caso di un collegamento serie o parallelo. Infatti nel primo caso aprendo il circuito la corrente nella maglia è nulla e quindi non abbiamo retroazione da cui $T_{OC} = 0$.

Nel secondo caso producendo un cortocircuito la tensione si annulla e anche qui non abbiamo retroazione per cui $T_{SC} = 0$. Quindi possiamo anche scrivere due relazioni che raccolgono entrambi i fattori:

$$\begin{aligned} R_{IN} &= R_{ID}\frac{1+T_{SC}}{1+T_{OC}} \\ R_{OUT} &= R_{OD}\frac{1+T_{SC}}{1+T_{OC}} \end{aligned} \tag{5.3}$$

Inoltre, si verifica facilmente che T_{OC} e T_{SC} assumono i valori 0, $A\beta$ per un collegamento serie in ingresso e i valori scambiati per un collegamento parallelo, indipendentemente dal collegamento in uscita. La stessa identica cosa accade se proviamo a calcolare i fattori di riporto in uscita, ricordando di spegnere correttamente il generatore indipendente x_s in ingresso. Per cui è possibile scrivere un'unica formula che consente il calcolo della resistenza in ingresso o in uscita:

$$R_c = R_D\frac{1+T_{SC}}{1+T_{OC}} \tag{5.4}$$

La formula scritta è identica alla formula di Blackman [8] la quale però estende notevolmente il campo di applicabilità rispetto al caso particolare che abbiamo considerato.
L'enunciato della formula di Blackman è il seguente:

Formula di Blackman: *Si abbia una rete elettrica lineare formata da un certo numero di generatori dipendenti e indipendenti. Si individui una porta della rete formata da due terminali collegati a due punti A e B qualsiasi del circuito. Si scelga un generatore dipendente $x_g = kx_i$ e si spengano tutti i generatori indipendenti allora la resistenza equivalente R_c vista tra i due punti scelti è data dalla formula di Blackman*

$$R_c = R_D\frac{1+T_{SC}}{1+T_{OC}} \tag{5.5}$$

dove:

1. $R_D = \left.\frac{v_s}{i_s}\right|_{k=0}$ *è la resistenza vista ai capi della porta a sistema morto, cioè quando viene spento il generatore dipendente scelto;*

2. $T_{SC} = -k\left.\frac{x_i}{x_g}\right|_{v_s=0}$ *è il fattore di riporto determinato supponendo indipendente il generatore scelto e cortocircuitando i terminali della porta;*

3. $T_{OC} = -k\left.\frac{x_i}{x_g}\right|_{i_s=0}$ *è il fattore di riporto determinato supponendo indipendente il generatore scelto e aprendo i terminali della porta.*

Per la determinazione dei fattori di riporto enunciati si faccia riferimento a [7], [5]. Riportiamo qui metodo generale per il loro calcolo:

Definizione fattore di riporto: *Sia* $x_g = kx_i$ *un generatore dipendente di una rete elettrica, dove* x_g *è quella comandata e* x_i *è quella di comando. Sostituiamo ad esso un generatore indipendente* Y*, spegniamo eventuali generatori indipendenti e calcoliamo il suo effetto sulla variabile di comando* $X = x_i$*. Il rapporto di ritorno è per definizione:* $T = -k\frac{X}{Y}$.

Occorre sottolineare che il metodo di calcolo dei fattori di riporto T_{SC} e T_{OC} coincide con quello di T dell'Eq. (3.3) quando l'amplificatore retroazionato viene ridotto ad uno delle topologie della teoria classica [7]. In questo caso infatti il guadagno d'anello è lo stesso del fattore di riporto. T inoltre varia quando cambiamo il generatore dipendente considerato. Da come è stata enunciata la formula di Blackman si comprende immediatamente che non vi è più la necessità di individuare l'amplificatore, la rete di retroazione, la topologia di collegamento e verificare le ipotesi di unidirezionalità della teoria classica o unificata, bensì occorre applicarla direttamente ai due punti del circuito scelti.

Dimostrazione. Per ottenere la formula di Blackman (5.5) partendo dall'Eq. (4.15) consideriamo la Fig. 5.1(a). Identifichiamo la porta di ingresso e di uscita con

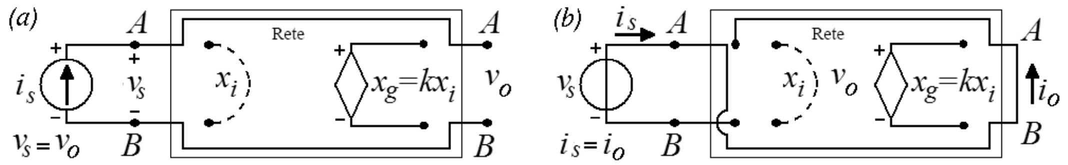


Figura 5.1. Schema di una rete lineare per la dimostrazione della formula di Blackman: (a) calcolo della esistenza; (b) calcolo della conduttanza.

la stessa porta di estremi A e B, il generatore x_s con un generatore di corrente i_s e il segnale di uscita x_o con la tensione v_x. Utilizzando le Eq. (4.4) viene immediatamente che il parametro A è la resistenza di ingresso $R_D = A = \left.\frac{v_o}{i_s}\right|_{x_g=0} = \left.\frac{v_s}{i_s}\right|_{x_g=0}$ a sistema morto, cioè spegnendo il generatore dipendente x_g scelto. Il fattore di riporto T_0 è ottenuto agendo su i_s in maniera da annullare l'uscita $v_o = 0$ per un assegnato segnale prodotto dal generatore x_g che va inteso come indipendente. Essendo $v_o = v_s$, annullare v_o agendo sul generatore di corrente i_s equivale per il principio di sostituzione a sostituire al generatore i_s un corto circuito per cui chiameremo questo fattore di riporto T_{SC} ovvero di *Short Circuit*. Analogamente il fattore di riporto T_i è ottenuto agendo spegnendo il generatorfe i_s per un assegnato segnale del generatore x_g. Ora annullare i_s equivale a sostituire il generatore di corrente con un circuito aperto per cui chiameremo questo fattore di riporto T_{OC} ovvero di *Open Circuit*. Viene quindi la formula della resistenza di Blackman dell'Eq. (5.5). Se utilizzamo invece un generatore di tensione all'ingresso come in Fig. 5.1(b) otteniamo risultati duali per cui ora la formula di Bode dà la conduttanza G_c e vale $A = G_D = \frac{i_o}{v_s}\Big|_{x_g=0} = \frac{i_s}{v_s}\Big|_{x_g=0}$, $T_o = T_{OC}$, $T_i = T_{SC}$. I fattori di riporto sono gli stessi di prima per cui facendo il reciproco della formula troviamo la formula vista in precedenza. □

Per quanto riguarda la scelta del generatore dipenmdente resta valido quanto detto per la Formula di Bode.

Capitolo 6

La formula di Rosenstark

Una forma equivalente della formula di Bode (4.1) per il rapporto A_c è quella che fa uso del guadagno asintotico A_∞ e del guadagno statico A_o che si ottiene quando $k \to \infty$ e $k \to 0$ rispettivamente [3], [11]. Dalla formula (4.9) possiamo calcolare i due limiti e otteniamo:

$$A_0 = \left.\frac{x_o}{x_s}\right|_{k=0} = \lim_{k\to 0} A_c = A \tag{6.1}$$

$$A_\infty = \left.\frac{x_o}{x_s}\right|_{k\to+\infty} = \lim_{k\to+\infty} A_c = A - \frac{CB}{D} \tag{6.2}$$

Infine sostituendo le (6.1) e (6.2) nella formula (4.9) otteniamo:

$$A_c = \frac{A_0}{1+T_i} + \frac{A_\infty T_i}{1+T_i} \tag{6.3}$$

Quest'ultima formula è proprio la formula del guadagno asintotico o di Rosenstark [10]. In questa formula $T_i = -kD$ è il fattore di riporto, direttamente proporzionale a k, per cui è equivalente far tendere k o T_i a zero o all'infinito. Il valore A_0 corrisponde al rapporto A_c determinato quando viene spento il generatore comandato ovvero rendendo nullo il guadagno dell'amplificatore ovvero annullando il fattore di riporto, per cui è anche indicato con A_D cioè a sistema morto. Per quanto riguarda invece A_∞ osserviamo dall'equazione (4.3) con il vincolo (4.5) che vale:

$$x_i = Cx_s + Dx_g = Cx_s + Dkx_i \tag{6.4}$$

da cui:

$$x_i = \frac{C}{1-Dk}x_s \tag{6.5}$$

e quindi per $k \to \infty$ si ha $x_i \to 0$. Questo equivale ad avere un fattore di riporto T_i infinito ovvero un corto circuito virtuale ai terminali sui quali è misurato x_i.

L'ultima condizione è spesso di utilità pratica per il calcolo di A_∞ per $k \to \infty$.
L'Eq. (6.3) consente di derivare un'estensione interessante della formula di Blackman. Specializzando la formula al calcolo delle impedenze possiamo infatti riscriverla nel seguente modo:

$$Z_c = \frac{Z_0}{1+T_i} + \frac{Z_\infty T_i}{1+T_i} \tag{6.6}$$

dove Z_c è l'impedenza vista da una qualsiasi porta della rete, Z_0 e Z_∞ sono le impedenze ottenute per $k = 0$ e per $k \to \infty$ rispettivamente. Al variare di k, quindi, l'impedenza Z_c varia nell'intervallo $[Z_0, Z_\infty]$. Questo è particolarmente utile in fase di progettazione in quanto un qualsiasi elemento della rete, anche una semplice resistenza, può essere modellato come una generatore dipendente ed è quindi possibile far dipendere l'impedenza della rete vista da una porta qualsiasi al particolare elemento della rete preso in considerazione. Tipicamente, nel caso di un amplificatore reazionato, il generatore dipendente viene individuato con il generatore dipendente della rete di retroazione comandato dal segnale elettrico all'uscita dell'amplificatore. Di conseguenza k coincide con uno dei parametri h^F_{12}, y^F_{12}, g^F_{12} e z^F_{12}. Le impedenze Z_0 e Z_∞ assumono il significato di impedenza ad anello aperto e impedenza ideale ad anello chiuso rispettivamente. Il fattore di riporto T_i è determinato rispetto al generatore scelto spegnendo il generatore all'ingresso dell'amplificatore.

Capitolo 7

Esempi ed errori comuni

7.1 Stadio amplificatore a collettore comune

Come esempio consideriamo il circuito di Fig. 7.1(a) del quale vogliamo ricavare la resistenza di ingresso R_{IN} con i cinque metodi finora visti: il calcolo diretto, la teoria classica esatta e approssimata, la teoria unificata e la formula di Blackman, al fine di confrontare i modi di procedere. Il primo passo da fare è partendo dal circuito di Fig. 7.1(a) ricavare il circuito equivalente per i piccoli segnali di Fig. 7.1(b), in cui sono presenti i generatori dipendenti. Per la teoria classica e quella unificata occore individuare dapprima la topologia. In questo esempio il segnale di retroazione è una tensione (v_o) applicata in serie al segnale esterno (v_s) mentre il segnale di uscita è una tensione (v_o) applicata in parallelo all'ingresso della rete di retroazione. Quindi abbiamo un amplificatore di tensione con retroazione serie-parallelo come in Fig. 2.2(a) con $R_s \to 0$ e $R_L \to \infty$ e dobbiamo usare i parametri h. I doppi dipoli sono rappresentati nelle Figg. 7.1(c) e 7.1(e). Utilizzando poi le formule di Fig. 2.3 per i parametri h_{ij} e le seguenti relazioni per le maglie di ingresso e uscita dei doppi bipoli otteniamo:

$$\begin{cases} v_1^A = & r_\pi i_1 \\ i_2^A = & -g_m r_\pi i_1 \end{cases} \quad \begin{cases} v_1^F = & & v_2 \\ i_2^F = & -i_1 & +\frac{1}{R_o} v_2 \end{cases} \tag{7.1}$$

da cui si deduce:

$$\begin{cases} h_{11}^A = r_\pi & h_{12}^A = 0 \\ h_{21}^A = -g_m r_\pi & h_{22}^A = 0 \end{cases} \begin{cases} h_{11}^F = 0 & h_{12}^F = 1 \\ h_{21}^F = -1 & h_{22}^F = \frac{1}{R_o} \end{cases} \tag{7.2}$$

Le Figg. 7.1(d) e 7.1(f) rappresentano i doppi bipoli con i parametri h_{ij} così ottenuti mentre la Fig. 7.1(g) presenta il loro collegamento per ottenere l'amplificatore retroazionato. Ora è possibile trasferire il carico della rete di retroazione

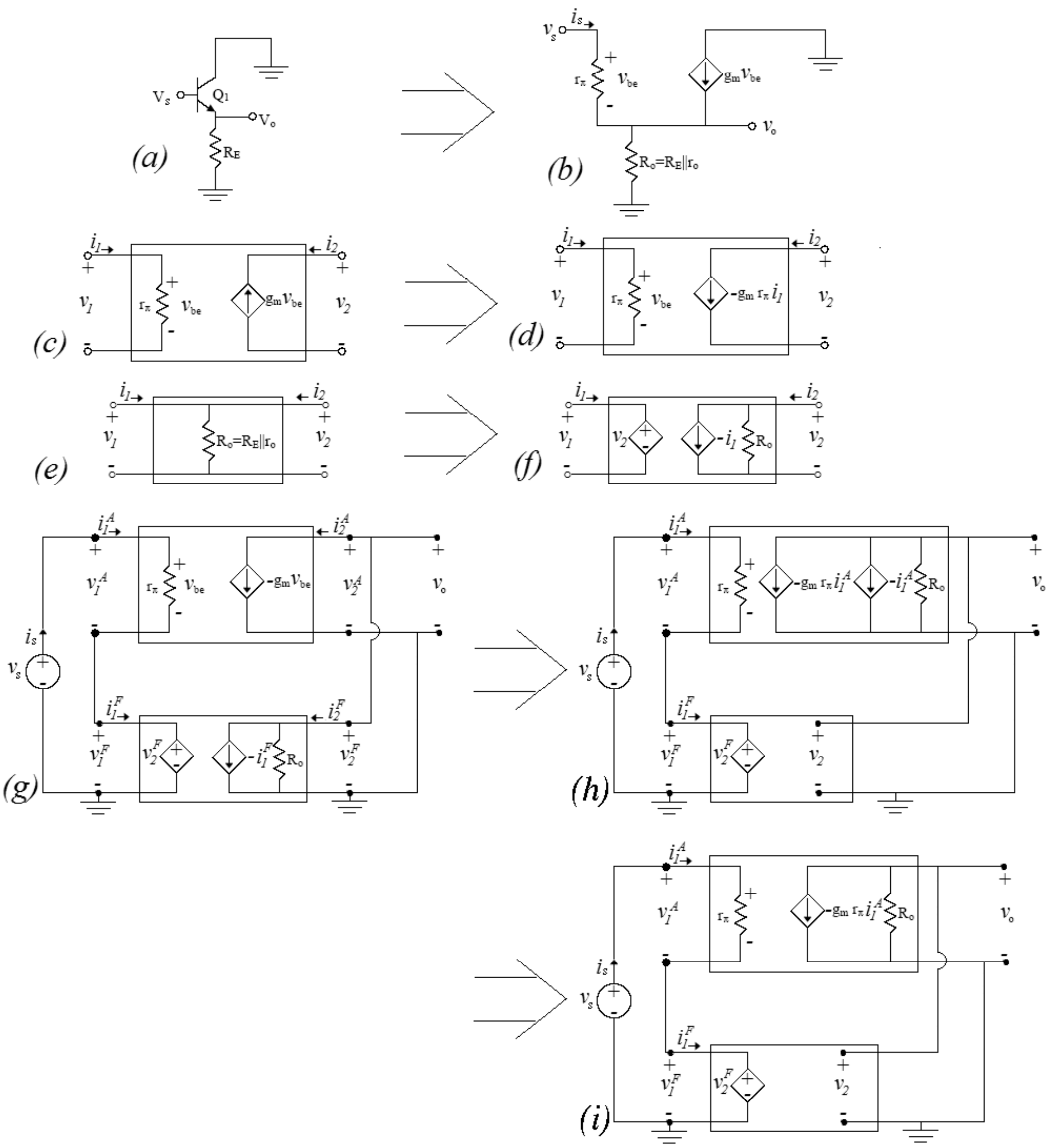


Figura 7.1. Esempio per il calcolo della resistenza di ingresso di un amplificatore retroazionato attraverso i metodi presentati: (a) circuito iniziale; (b) circuito equivalente per i piccoli segnali; (c) doppio dipolo amplificatore; (d) doppio dipolo amplificatore rappresentato utilizzando i parametri h; (e) doppio dipolo di retroazione; (f) doppio dipolo di retroazione rappresentato utilizzando i parametri h; (g) rappresentazione con doppi bipoli dell'amplificatore retroazionato; (h) trasferimento all'amplificatore del carico della rete di retroazione; (i) applicazione dell'approssimazione $h_{21}^A \gg h_{21}^F$.

all'amplificatore ed otteniamo lo schema di Fig. 7.1(h). Tale schema deve essere ulteriormente rielaborato per poter applicare la teoria classica approssimata. In questo esempio significa poter trascurare il generatore di corrente comandato $-i_1^A$ rispetto al generatore comandato di corrente $-g_m r_\pi i_1^A$. Tipicamente, le correti erogate stanno in un rapporto di 1 : 100. Trascuriamo quindi tale generatore verificando al termine del calcolo la consistenza di questa scelta e ridisegnamo lo schema dell'amplificatore retroazionato ottenendo il nuovo schema di Fig. 7.1(i). Procediamo ora con i calcoli:

1. Per applicare il **calcolo diretto** dobbiamo valutare $R_{IN} = \frac{v_s}{i_s}$ a partire dallo schema di Fig. 7.1(b). Dalla maglia di ingresso otteniamo $v_s = v_{be} + R_o(g_m v_{be} + i_1)$ ed essendo $v_{be} = r_\pi i_s$ viene:

$$R_{IN} = r_\pi + R_o(g_m r_\pi + 1) \tag{7.3}$$

2. Per applicare la **teoria classica esatta** utilizziamo sullo schema di Fig. 7.1(h) la formula esatta per il calcolo della resistenza di ingresso data dell'Eq. (2.14), qui riscritta per comodità, ed otteniamo immediatamente:

$$\begin{aligned} R_{IN} = \frac{v_s}{i_s} &= (R_s + h_{11}^T)[1 + \frac{-h_{21}^T}{(R_s+h_{11}^T)(h_{22}^T+G_L)} h_{12}^T] \\ &= (0 + r_\pi)[1 + \frac{-(-g_m r_\pi - 1)}{(0+r_\pi)(\frac{1}{R_o}+0)} 1] \\ &= r_\pi + R_o(g_m r_\pi + 1) \end{aligned} \tag{7.4}$$

Il risultato è lo stesso del calcolo diretto.

3. Per quanto riguarda la **teoria classica approssimata** posso applicare l'Eq. (2.16) oppure la procedura presentata al Par. 2.1.2 sullo schema di Fig. 7.1(i). Spegnendo il generatore controllato della rete di retroazione, mettendo cioè $\beta = h_{12}^F = 0$, determiniamo A e R_{IN}^A:

$$\begin{aligned} A = & \left.\frac{v_o}{v_s}\right|_{h_{12}^F=0} &= R_o g_m \\ R_{IN}^A = & \left.\frac{v_s}{i_s}\right|_{h_{12}^F=0} &= r_\pi \end{aligned} \tag{7.5}$$

Infine applichiamo la formula (2.15) ed otteniamo:

$$R_{IN} = R_{IN}^A(1 + A\beta) = r_\pi + R_o g_m r_\pi \tag{7.6}$$

Ottengo quindi una variazione della resistenza di ingresso tra il caso esatto e quello approssimato, relativa ad R_o tipicamente di 1/100.

4. Per applicare la **teoria unificata** applichiamo la procedura descritta al Cap. 3 allo schema di Fig. 7.1(h). La formula da utilizzare è l'Eq. (3.4), che qui riscriviamo:
$$R_{IN} = R_{IN}^A(1+T) \tag{7.7}$$
Per determinare la resistenza di ingresso ad anello aperto R_{IN}^A dobbiamo calcolare:
$$R_{IN}^A = \frac{v_1^A}{i_s} = r_\pi \tag{7.8}$$
Per determinare il fattore di riporto T abbiamo $v_2 = v_o = -R_o(g_m r_\pi + 1)i_1^A$ e tenendo conto che vale $i_1^A = \frac{v_1^A}{r_\pi}$ viene:
$$T = -\frac{v_2}{v_s}\bigg|_{v_2^F=0} = \frac{R_o(g_m r_\pi + 1)}{r_\pi} \tag{7.9}$$
Otteniamo infine:
$$R_{IN} = r_\pi + R_o(g_m r_\pi + 1) \tag{7.10}$$
Il risultato è lo stesso del calcolo diretto.

5. Per applicare la **formula di Blackman** utilizziamo la procedura descritta al Cap. 5 direttamente allo schema di Fig. 7.1(b). La formula da utilizzare è la (5.5) che qui riscriviamo per la resistenza di ingresso dello stadio:
$$R_{IN} = R_D\frac{1+T_{SC}}{1+T_{OC}} \tag{7.11}$$
Per calcolare R_D dobbiamo spegnere i generatori comandati e determinare la resistenza di ingresso dello stadio che risulta essere:
$$R_D = r_\pi + R_o \tag{7.12}$$
Per calcolare T_{SC} spegniamo i generatori indipendenti e cortocircuitiamo l'ingresso dello stadio. Scelgliamo l'unico generatore comandato $i_c = g_m v_{be}$, fissiamo i_c e determiniamo $v_{be} = -\frac{r_\pi R_o}{r_\pi + R_o} i_c$. Ne viene quindi:
$$T_{SC} = -g_m\frac{v_{be}}{i_c} = \frac{g_m r_\pi R_o}{r_\pi + R_o} \tag{7.13}$$
Per calcolare T_{OC} spegniamo i generatori indipendenti e apriamo l'ingresso dello stadio. Scegliendo sempre lo stesso generatore comandato fissiamo i_c e valutiamo v_{be} che a causa del circuito aperto risulta essere nulla. Ne viene quindi:
$$T_{OC} = -g_m\frac{v_{be}}{i_c} = 0 \tag{7.14}$$

Infine abbiamo:

$$R_{IN} = r_\pi + R_o(g_m r_\pi + 1) \tag{7.15}$$

Il risultato è lo stesso del calcolo diretto.

Questo esempio mette in luce la praticità della formula di Blackman per la determinazione dell'impedenza di ingresso dello stadio la quale non richiede alcuna analisi preliminare o classificazione del circuito.

7.2 Amplificatore di transconduttanza

Come secondo esempio consideriamo l'amplificatore di transconduttanza di Fig. 7.2(a). Vogliamo determinare la resistenza di ingresso R_{IN}, la resistenza di uscita R_{OUT} e il guadagno A_{TC}. Appare naturale individuare l'amplificatore e la rete di retroazione con i circuiti di Fig. 7.2(b), in cui è stato collegato il collettore del transistor a massa per chiudere la maglia di uscita, ottendo quindi una retroazione serie-serie. Da questo passiamo poi al modello a piccoli segnali di Fig. 7.2(c). Vogliamo prima applicare la teoria classica ed osserviamo immediatamente che è impossibile rappresentare l'amplificatore come un doppio bipolo a causa del collegamento a massa del generatore interno all'operazionale, per cui in realtà è una rete a tre porte [1]. Di conseguenza la corrente di uscita i_o non è la corrente di emettitore $i_o + i_b$ prelevata dalla rete di retroazione e quindi siamo fuori degli schemi di applicabilità della teoria classica. Proviamo lo stesso ad applicare i metodi del Par. 2.4 per mettere in evidenza come trascurare la corrente di base i_b in certi casi può portare ad errori significativi. Dobbiamo quindi determinando prima guadagno A, resistenza di ingresso R_{IN}^A e resistenza di uscita R_{OUT}^A ad anello aperto spegnendo la retroazione imponendo $z_{12}^F = 0$ e infine determiniamo guadagno A_{TC}, resistenza di ingresso R_{IN} e resistenza di uscita R_{OUT} ad anello chiuso con le formule della retroazione serie-serie:

1. per ottenere il guadagno ad anello aperto A utilizziamo le seguenti equazioni per le tre maglie di ingresso e uscita dell'amplificatore retroazionato e di base del transistor, spegnendo il generatore $R_E i_2$:

$$\begin{aligned} v_s &= v_{ID} + R_E i_s \\ A_v v_{ID} &= v_\pi + R_E(i_o + i_b) + R_E i_s \\ 0 &= r_o(i_o - g_m v_\pi) + R_E(i_o + i_b) + R_E i_s \end{aligned} \tag{7.16}$$

   Tenendo conto che vale $v_\pi = r_\pi i_b$, $v_{ID} = R_{ID} i_s$ e $\beta_o = g_m r_\pi$ otteniamo:

$$A = \frac{i_o}{v_s}\bigg|_{R_E i_2 = 0} = \frac{-R_E(\beta_o r_o + r_\pi) + A_v R_{ID}(\beta_o r_o - R_E)}{(R_E + R_{ID})[r_\pi(R_E + r_o) + r_o R_E(\beta_o + 1)]} \tag{7.17}$$

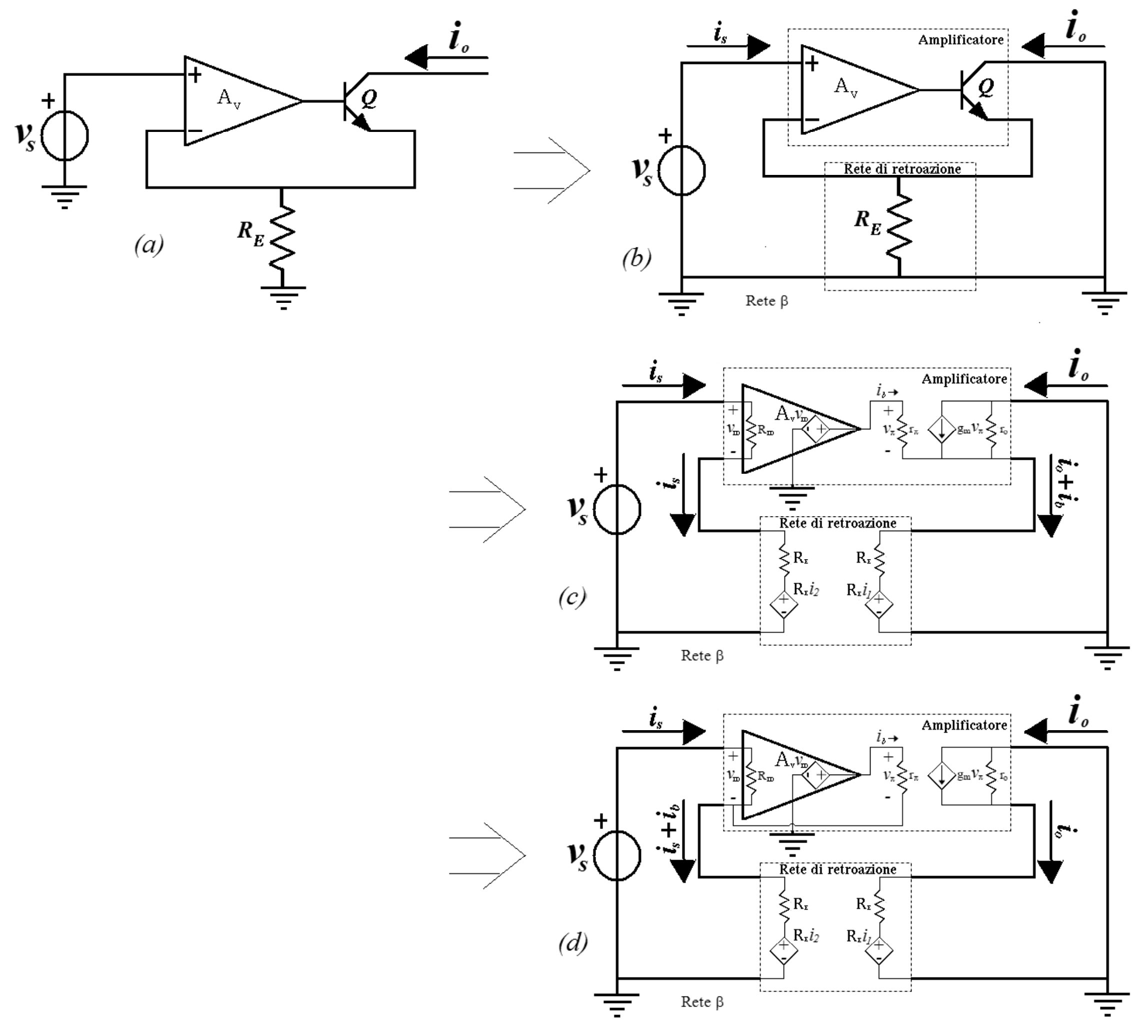


Figura 7.2. Schema elettrico dell'amplificatore controreazionato: (a) circuito iniziale; (b) circuito nel quale sono stati individuati l'amplificatore e la rete di retroazione; (c) circuito rappresentando utilizzando il modello ai piccoli segnali per il transistor e i parametri z per la rete di retroazione; (d) collegamento alternativo tra rete di retroazione e circuito amplificatore.

Utilizzando i seguenti valori tipici per i parametri utilizzati:

$$\begin{aligned} r_\pi &= 2.5k\Omega \\ r_o &= 50k\Omega \\ g_m &= 40mA/V \\ R_E &= 5k\Omega \\ A_V &= 10^4 \\ R_{ID} &= 25k\Omega \end{aligned} \tag{7.18}$$

otteniamo $A = 1{,}64$, correttamente simulato utilizzando SPICE utilizzando il circuito di Fig. 7.2(c) con la retroazione spenta. Essendo poi $\beta = z_{12}^F = R_E = 25k\Omega$ otteniamo il guadagno d'anello $T = A\beta = 8.20 \cdot 10^3$. Infine il guadagno dell'amplificatore reazionato vale $A_{TC} = \frac{A}{1+T} = 0.200mS$. La simulazione con SPICE utilizzando il circuito di Fig. 7.2(c) con la retroazione accesa fornisce un valore in buon accordo pari a $0.198mS$.

2. per ottenere la resistenza di ingresso ad anello aperto R_{IN}^A utilizziamo l'equazione della maglia d'ingresso del punto precedente ed otteniamo:

$$R_{IN}^A = \left.\frac{v_s}{i_s}\right|_{R_E i_2 = 0} = R_{ID} + R_E \tag{7.19}$$

   sostituendo i valori tipici otteniamo $R_{IN}^A = 30k\Omega$ da cui $R_{IN} = R_{IN}^A(1+T) = 0.246G\Omega$. La simulazione con SPICE utilizzando il circuito di Fig. 7.2(c) con la retroazione accesa fornisce un valore in buon accordo pari a $0.249G\Omega$.

3. per ottenere la resistenza di uscita ad anello aperto R_{OUT}^A dobbiamo spegnere il generatore in ingresso v_s e collegare un generatore di tensione di prova nella maglia d'uscita v_x. Le equazioni delle tre maglie diventano quindi:

$$\begin{aligned} 0 &= v_{ID} + R_E i_s \\ A_v v_{ID} &= v_\pi + R_E(i_o + i_b) + R_E i_s \\ v_x &= r_o(i_o - g_m v_\pi) + R_E(i_o + i_b) + R_E i_s \end{aligned} \tag{7.20}$$

   da cui otteniamo:

$$R_{OUT}^A = \left.\frac{v_x}{i_o}\right|_{R_E i_2 = 0} = r_o + R_E \frac{r_\pi + r_o \beta_o}{r_\pi + R_E} \tag{7.21}$$

   sostituendo i valori tipici otteniamo $R_{OUT}^A = 3.39M\Omega$, correttamente simulato con SPICE utilizzando il circuito di Fig. 7.2(c) con la retroazione spenta. Da questo valore otteniamo poi $R_{OUT} = R_{OUT}^A(1+T) = 27.8G\Omega$. La simulazione con SPICE utilizzando il circuito di Fig. 7.2(c) con la retroazione accesa fornisce invece $5.05M\Omega$.

Eseguendo il calcolo esatto di R_{OUT}, senza utilizzare il modello a parametri z per la rete di retroazione, e con le seguenti equazioni delle tre maglie:

$$\begin{aligned} 0 &= R_{ID} i_s + R_E(i_s + i_b + i_o) \\ A_V v_{ID} &= v_\pi + R_E(i_s + i_b + i_o) \\ v_x &= r_o(i_o - g_m v_\pi) + R_E(i_s + i_b + i_o) \end{aligned} \tag{7.22}$$

otteniamo:

$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_o} = r_o + R_E \parallel R_{ID} \frac{r_\pi + r_o \beta_o (A_V + 1)}{r_\pi + R_E \parallel R_{ID}(A_V + 1)} \tag{7.23}$$

il cui valore con i parametri tipici risulta essere $5.05M\Omega$ in perfetto accordo con SPICE utilizzando il circuito di Fig. 7.2(c) con la retroazione accesa.
Come già detto, la spiegazione della differenza tra il risultato della teoria classica e quello esatto o della simulazione viene dal fatto che la teoria classica è fondata sulla rappresentazione a doppio dipolo di amplificatore e rete di retroazione, mentre in questo caso non riusciamo a rappresentare l'amplificatore come un doppio dipolo. Questo comporta che la corrente campionata dalla rete di retroazione sia $i_o + i_b$ mentre la corrente in uscita è i_o. Valutiamo quindi il rapporto i_b/i_o nei due casi: quando il generatore v_s è posto all'ingresso per calcolare A_{TC} e R_{IN} e quando è posto all'uscita per calcolare R_{OUT}. Le correnti i_s, i_b e i_o sono evidentemente le stesse per gli schemi delle Figg. 7.2(b), (c) e (d) indipendentemente dalla rappresentazione della rete di retroazione. Scegliamo quindi lo schema (b) per il calcolo. Con il generatore all'ingresso il sistema della equazioni delle tre maglie è il seguente:

$$\begin{aligned} v_s &= R_{ID} i_s + R_E(i_s + i_b + i_o) \\ A_V v_{ID} &= v_\pi + R_E(i_s + i_b + i_o) \\ 0 &= r_o(i_o - g_m v_\pi) + R_E(i_s + i_b + i_o) \end{aligned} \tag{7.24}$$

e da esso otteniamo:

$$\frac{i_b}{i_o} = \frac{v_\pi/r_\pi}{i_o} = -\frac{-r_o R_E + A_V R_{ID}(R_E + r_o)}{R_E(r_\pi + \beta_o r_o) + A_V R_{ID}(R_E - \beta_o r_o)} \tag{7.25}$$

e sostituendo i valori tipici viene $i_b/i_o \simeq 0.0110$ ($i_o > 0$). Utilizzando invece le Eq. (7.22) otteniamo per il generatore posto all'uscita:

$$\frac{i_b}{i_o} = \frac{v_\pi/r_\pi}{i_x} = -\frac{R_E R_{ID}(A_V + 1)}{r_\pi(R_{ID} + R_E) + R_E R_{ID}(A_V + 1)} \tag{7.26}$$

e sostituendo i valori tipici $i_b/i_o \simeq -0.9999$ ($i_o > 0$). Osserviamo immediatamente che quando il generatore è posto all'uscita la corrente di base è praticamente opposta a quella di uscita e quindi la resistenza di uscita che si ottiene utilizzando le formule della teoria classica porta ad un risultato molto sbagliato. Per converso, quando il generatore è posto all'ingresso la corrente utilizzata per determinare la resistenza di ingresso è quella che attraversa sia amplificatore che rete di retroazione ed inoltre la corrente di base è circa l'1% di quella di uscita, quindi la resistenza di ingresso e il guadagno ottenuto con la teoria classica sono molto precisi. A riprova di questo fatto abbiamo ridisegnato il circuito di Fig. 7.2(c) in maniera che la corrente di uscita corrispondesse esattamente a quella che entra nella rete di retroazione ed abbiamo ottenuto il circuito di Fig. 7.2(d). In tal caso otteniamo la resistenza di uscita e il guadagno corretti ma la resistenza di ingresso errata in quanto è ora l'amplificatore a non comparare bene l'uscita della rete di retroazione:

1. per ottenere il guadagno ad anello aperto A utilizziamo le seguenti equazioni per le tre maglie di ingresso e uscita dell'amplificatore retroazionato e di base del transistor, spegnendo il generatore $R_E i_2$:

$$\begin{aligned} v_s &= v_{ID} + R_E(i_s + i_b) \\ A_v v_{ID} &= v_\pi + R_E(i_s + i_b) \\ 0 &= r_o(i_o - g_m v_\pi) + R_E i_o + R_E(i_s + i_b) \end{aligned} \tag{7.27}$$

otteniamo quindi:

$$A = \left.\frac{i_o}{v_s}\right|_{R_E i_2 = 0} = \frac{-R_E(\beta_o r_o + r_\pi) + R_{ID} A_V(\beta_o r_o - R_E)}{(R_E + r_o)[R_E(R_{ID} + r_\pi) + R_{ID}(A_V R_E + r_\pi)]} \tag{7.28}$$

Utilizzando i valori tipici otteniamo $A = 0.0182$, $T = A\beta = 90.80$ e $A_{TC} = \frac{A}{1+T} = 0.198mS$, in buon accordo con SPICE.

2. per ottenere la resistenza di ingresso ad anello aperto R_{IN}^A utilizziamo il sistema di equazioni del punto precedente ed otteniamo:

$$R_{IN}^A = \left.\frac{v_s}{i_s}\right|_{R_E i_2 = 0} = R_{ID} + R_E \frac{r_\pi + R_{ID} A_v}{r_\pi + R_E} \tag{7.29}$$

quindi $R_{IN}^A = 166.7M\Omega$ e $R_{IN} = R_{IN}^A(1 + T) = 15.30G\Omega$, decisamente scorretto.

3. per ottenere la resistenza di uscita ad anello aperto R_{OUT}^A utilizziamo il generatore di tensione di prova nella maglia d'uscita v_x. Le equazioni delle tre maglie diventano quindi:

$$\begin{aligned} 0 &= v_{ID} + R_E(i_s + i_b) \\ A_v v_{ID} &= v_\pi + R_E(i_s + i_b) \\ v_x &= r_o(i_o - g_m v_\pi) + R_E i_o + R_E(i_s + i_b) \end{aligned} \tag{7.30}$$

da cui otteniamo:

$$R_{OUT}^A = \left.\frac{v_x}{i_o}\right|_{R_E i_2 = 0} = r_o + R_E \tag{7.31}$$

sostituendo $R_{OUT}^A = 55k\Omega$ e poi $R_{OUT} = R_{OUT}^A(1 + T) = 5.05M\Omega$, in buon accordo con la simulazione di SPICE.

Valutiamo anche qui il rapporto i_b/i_s tra la corrente di base e quella in ingresso all'amplificatore quando il generatore è posto all'ingresso, per calcolare R_{IN}. Dalle Eq. (7.24) otteniamo:

$$\frac{i_b}{i_s} = \frac{v_\pi/r_\pi}{i_s} = \frac{-r_o R_E + R_{ID} A_v(r_o + R_E)}{R_E(r_\pi + r_o) + r_o(r_\pi + \beta_o R_E)} \tag{7.32}$$

da cui sostituendo i valori tipici viene $i_b/i_s \simeq 542$ ($i_s > 0$). Mettendo il generatore v_x in uscita per calcolare R_{OUT} dalle equazioni (7.22) otteniamo:

$$\frac{i_b}{i_s} = \frac{v_\pi/r_\pi}{i_s} = \frac{R_{ID}(A_v + 1)}{r_\pi} \tag{7.33}$$

che risulta valere $i_b/i_s \simeq 10^5$ ($i_s < 0$). Concludiamo quindi che facendo delle misure le quali utilizzano correnti o tensioni significativamente differenti tra quelle viste dall'amplificatore e quelle viste dalla rete di retroazione, sia in una maglia di ingresso o di uscita, abbiamo un notevole errore nella teoria classica. Di conseguenza, negli esempi precedenti, il guadagno risulta sempre corretto in quanto la posizione del generatore produce la corrente utilizzata nella formula corretta. Mentre la resistenza di ingresso è corretta se la calcoliamo utilizzando lo schema di Fig. 7.2(c) perché nella maglia di ingresso la corrente che entra nell'amplificatore corrisponde a quella che entra nella rete di retroazione. Utilizzando invece lo schema di Fig. 7.2(d) si ottiene un risultato errato perchè la corrente utilizzata per il calcolo della resistenza, e che entra nell'amplificatore, differisce notevolmente da quella che entra nella rete di retroazione. Analogamente si possono fare delle considerazioni che valgono per la resistenza di uscita. Ci chiediamo se tale problema sia in qualche modo risolvibile. La Tab 7.1 fornisce una sintesi dei valori ottenuti finora per i parametri della teoria classica per le due configurazioni analizzate e le correzioni. Osserviamo che per ottenere i valori corretti anche per R_{IN} e R_{OUT} dobbiamo in qualche maniera correggere l'effetto dovuto al fatto che le due retroazioni presentano un collegamento in ingresso o in uscita non perfettamente in serie. Per verificarlo è sufficiente sostituire al generatore comandato $R_E i_2$ un generatore di tensione Y e osservare che scollegando il generatore indipendente v_s o v_x, in maniera da avere $i_s = 0$ o $i_o = 0$ rispettivamente, ho un segnale non nullo nella variabile di comando i_2. Da questo segnale ottengo il fattore di ritorno a circuito aperto $T_{OC} = -R_E i_2/Y$ che consente di correggere le resistenze appunto come per un collegamento parallelo.

Successivamente sono state applicate la formula di Bode per il calcolo di A_{TC} e di Blackman per R_{IN} e R_{OUT}, utilizzando il generatore controllato $R_E i_2$ con lo scopo di fare un confronto con i risultati della teoria classica:

1. per il calcolo di A_{TC} utlizziamo lo schema 7.2(c) con la formula di Bode (4.1) che qui scriviamo così:

$$A_{TC} = A\frac{1 + T_o}{1 + T_i} \tag{7.34}$$

   A è l'amplificazione quando viene spento il generatore comandato scelto. Le equazioni delle tre maglie sono le (7.16) per cui si ottiene lo stesso A della

Generatore \ Retroazione	Fig. 7.2(c) comparazione serie campionamento misto	Fig. 7.2(d) comparazione mista campionamento serie
$1 + T_{SC}{}^{(1)}$	8200	91.8
i_o con retroazione spenta $R_E i_2 = 0$	i_o	$\simeq 10^{-2} \cdot i_o$
$A = \frac{i_o}{v_s}\|_{R_E i_2=0}$	A	$\simeq 10^{-2} \cdot A$
$A_{TC} = \frac{A}{1+T_{SC}}$	$.198mS$	$.198mS$
$R_{IN}^A = \frac{v_s}{i_s}\|_{R_E i_2=0}$	$30k\Omega$	$166.7M\Omega^{(2)}$
$R_{IN} = R_{IN}^A(1 + T_{SC})$	$.246G\Omega$	$15.30G\Omega$
$R_{OUT}^A = \frac{v_x}{i_o}\|_{R_E i_2=0}$	$3.39M\Omega^{(3)}$	$55k\Omega$
$R_{OUT} = R_{OUT}^A(1 + T_{SC})$	$27.8G\Omega$	$5.05k\Omega$
$1 + T_{OC}$	$1 - R_E \frac{R_E - A_v R_{ID}}{(r_\pi + R_E)(R_{ID} + R_E)} \simeq 5556$	$1 - R_E \frac{-r_o\beta_o}{(r_\pi + R_E)(R_{ID} + R_E)} \simeq 60.61$
correzione	$\frac{R_{OUT}}{1+T_{OC}} \simeq 5.00M\Omega$	$\frac{R_{IN}}{1+T_{OC}} \simeq 251M\Omega$

(1) T_{SC} è il fattore di ritorno ottenuto spegnendo il generatore indipendente v_s o v_x, sostituendo al generatore dipendente $R_E i_2$ un generatore indipendente Y e determinando l'effetto prodotto sulla variabile di comando i_2 con la formula $T_{OC} = -R_E i_2 / Y$. Questo corrisponde proprio a $T = A\beta$ se individuiamo i generatori v_s v_x con il generatore Y, e utilizziamo la teoria classica per la sua determinazione.

(2) Troppo alta perché, a retroazione spenta, l'aggiunta della corrente di base ($i_b > 0$) nella maglia di ingresso tende a produrre una diminuzione di v_{ID}, una conseguente diminuzione di i_s e l'aumento della resistenza di ingresso ad anello aperto. Tale effetto si corregge con l'accensione della correzione secondo il fattore $(1 + T_{OC})$.

(3) Troppo alta perchè, a retroazione spenta, la sottrazione della corrente di base ($i_b < 0$) nella maglia di uscita, tende a produrre tramite il generatore $g_m v_\pi$ una corrente che si somma alla i_o e la fa diminuire per cui la resistenza di uscita ad anello aperto è troppo elevata a si corregge con la retroazione $(1 + T_{OC})$.

Tabella 7.1. Sintesi risultati ottenuti per il calcolo di A_{TC}, R_{IN} e R_{OUT} con due diverse varianti del collegamento all'amplificatore della rete di retroazione e relative correzioni.

teoria classica dato dall'Eq. (7.17):

$$A = \frac{i_o}{v_s}\bigg|_{R_E i_2 = 0} = \frac{-R_E(\beta_o r_o + r_\pi) + A_v R_{ID}(\beta_o r_o - R_E)}{(R_E + R_{ID})[r_\pi(R_E + r_o) + r_o R_E(\beta_o + 1)]} \tag{7.35}$$

T_o si ottiene sostituendo al generatore comandato $R_E i_2$ il generatore indipendente Y, regolando il generatore v_s in maniera da avere una corrente di uscita nulla, $i_o = 0$, e calcolando l'effetto prodotto sulla variabile di comando $X = i_2 = i_b$. Osservando il circuito notiamo che possiamo rendere $i_o = 0$ semplicemente ponendo $i_s = 0$ perché in tal caso si annullano sia i_b che i_o. Questo si ottiene prendendo $v_s = Y$. Quindi otteniamo:

$$T_o = -R_E \frac{X}{Y}\bigg|_{i_o=0} = -R_E \frac{i_b}{Y} = 0 \tag{7.36}$$

T_i si ottiene sostituendo al generatore comandato $R_E i_2$ il generatore indipendente Y, regolando il generatore v_s in maniera da avere una tensione $v_s = 0$ e calcolando l'effetto prodotto sulla variabile di comando $X = i_2 = i_b + i_o$ con la formula $T_i = -R_E \frac{X}{Y}$. Avere una tensione $v_s = 0$ equivale a spegnere il generatore v_s, e quindi cortocircuitare i due punti ai quali è collegato. Notiamo che questo è proprio il guadagno d'anello βT della teoria classica se identifichiamo X con i_o, e quindi trascuriamo la corrente di base i_b, e Y con $-v_s$. Per il calcolo esatto dobbiamo però utilizzare le equazioni delle tre maglie date da:

$$\begin{aligned} 0 &= R_{ID} i_s + R_E i_s + Y \\ A_v v_{ID} &= v_\pi + R_E(i_b + i_o) + R_E i_s \\ 0 &= r_o(i_o - g_m v_\pi) + R_E(i_b + i_o) + R_E i_s \end{aligned} \tag{7.37}$$

ed otteniamo:

$$T_i = -R_E \frac{X}{Y}\bigg|_{v_s=0} = -R_E \frac{r_o(\beta_o + 1)(R_E - A_v R_{iD}) + R_E r_\pi}{(R_E + R_{ID})[r_\pi(R_E + r_o) + r_o R_E(\beta_o + 1)} \tag{7.38}$$

dove $\beta_o = g_m r_\pi$.

La formula ottenuta per A_{TC} è la seguente:

$$A_{TC} = \frac{-R_E(r_\pi + \beta_o r_o) + R_{ID} A_v(\beta_o r_o - R_E)}{R_{ID} R_E r_o(\beta_o + 1)(A_v + 1) + r_\pi[R_{ID} r_o + R_E(R_{ID} + r_o)]} \tag{7.39}$$

I risultati che si ottengono per i valori tipici sono: $A = 1.6396$ e $T_i = 8288$, da cui viene: $A_{TC} = 0.1978mS$, in accordo con i valori corretti ottenuti in precedenza.

Per completare l'esempio è stata utilizzata anche la formula di Rosenstark (6.3), che qui riportiamo:

$$A_{TC} = \frac{A_o}{1+T_i} + \frac{A_\infty T_i}{1+T_i} \tag{7.40}$$

I calcoli di A_o e di T_i sono gli stessi di quelli fatti per la formula di Bode rispettivamente per A e T_i. Per il calcolo di A_∞ dobbiamo imporre $R_E \to +\infty$ (essendo R_E il parametro del generatore comandato scelto $R_E i_2$). Poichè non possiamo avere tensioni o correnti infinite dovrà anche essere $i_2 \to 0$ e quindi $i_b + i_o \to 0$. Sfruttando questa condizione otteniamo il seguente sistema:

$$\begin{aligned} v_s &= R_{ID} i_s + R_E i_s \\ A_v v_{ID} &= r_\pi i_b + R_E i_s \end{aligned} \tag{7.41}$$

osserviamo che le Eq. delle maglie di base e di uscita formano un sistema omogeneo di due equazioni in due incognite che ammette quindi una soluzione nulla. Ne viene :

$$A_\infty = 0 \tag{7.42}$$

Otteniamo infine lo stesso A_{TC} visto prima.

2. per il calcolo di R_{IN} calcoliamo i parametri della formula di Blackman (5.5) che qui riscriviamo così:

$$R_{IN} = R_D \frac{1+T_{SC}}{1+T_{OC}} \tag{7.43}$$

R_D è la resistenza vista all'ingresso spegnendo il generatore scelto, le equazioni da utilizzare sono quindi le (7.16) della teoria classica e otteniamo la stessa R_{IN}^A:

$$R_D = \left.\frac{v_s}{i_s}\right|_{R_E i_2 = 0} = R_{ID} + R_E \tag{7.44}$$

T_{SC} si ottiene sostituendo al generatore comandato $R_E i_2$ un generatore indipendente Y, regolando il generatore v_s in maniera da avere una tensione $v_s = 0$ e calcolando l'effetto prodotto sulla variabile di comando $X = i_2 = i_b + i_o$. Avere una tensione $v_s = 0$ equivale a spegnere il generatore v_s, e quindi cortocircuitare i due punti ai quali è collegato. Otterremo quindi T_{OC} uguale al T_i della formula (7.38) con le stesse considerazioni fatte:

$$T_{SC} = -R_E \left.\frac{X}{Y}\right|_{v_s=0} = -R_E \frac{r_o(\beta_o+1)(R_E - A_v R_{iD}) + R_E r_\pi}{(R_E + R_{ID})[r_\pi(R_E + r_o) + r_o R_E(\beta_o + 1)} \tag{7.45}$$

dove $\beta_o = g_m r_\pi$.

T_{OC} si ottiene sostituendo al generatore comandato $R_E i_2$ un generatore indipendente Y, regolando il generatore v_s in maniera da avere una corrente $i_s = 0$ e calcolando l'effetto prodotto sulla variabile di comando $X = i_2 = i_b + i_o$. Poichè avere una corrente $i_s = 0$ equivale ad aprire la maglia di ingresso, il generatore Y non potrà produrre alcun effetto su X e quindi avremo immediatamente:

$$T_{OC} = -R_E \frac{X}{Y}\bigg|_{i_s=0} = 0 \tag{7.46}$$

Otteniamo infine:

$$R_{IN} = \frac{r_o R_E R_{ID}(\beta_o + 1)(A_V + 1) + r_\pi(R_E r_o + R_E R_{ID} + R_{ID} r_o)}{r_o R_E(\beta_o + 1) + r_\pi(R_E + r_o)} \tag{7.47}$$

Da questa formula sostituendo i valori tipici otteniamo $R_{IN} = .249G\Omega$ in accordo con i valori corretti ottenuti in precedenza.

3. per il calcolo di R_{OUT} colleghiamo un generatore v_x all'uscita e usiamo la formula di Blackman:

$$R_{OUT} = R_D \frac{1 + T_{SC}}{1 + T_{OC}} \tag{7.48}$$

R_D è la resistenza vista all'uscita spegnendo il generatore scelto $R_E i_2$, le equazioni da utilizzare sono quindi le stesse della teoria classica (7.20) e quindi ottenaimo R_D uguale al R^A_{OUT} della formula (7.21)

$$R_D = \frac{v_x}{i_o}\bigg|_{R_E i_2=0} = r_o + R_E \frac{r_\pi + r_o\beta_o}{r_\pi + R_E} \tag{7.49}$$

T_{SC} si ottiene sostituendo al generatore comandato $R_E i_2$ un generatore indipendente Y, regolando il generatore v_x in maniera da avere una tensione $v_x = 0$ e calcolando l'effetto prodotto sulla variabile di comando $X = i_2 = i_b + i_o$. Avere una tensione $v_x = 0$ equivale a spegnere il generatore v_x, e quindi cortocircuitare i due punti ai quali è collegato, questo è proprio il guadagno d'anello βT della teoria classica se trascuriamo i_b, come già notato per A_{TC}. Effettuando il calcolo esatto otteniamo T_{SC} dell'Eq. (7.45) ottenuto per R_{IN}:

$$T_{SC} = -R_E \frac{X}{Y}\bigg|_{v_s=0} = -R_E \frac{r_o(\beta_o + 1)(R_E - A_v R_{iD}) + R_E r_\pi}{(R_E + R_{ID})[r_\pi(R_E + r_o) + r_o R_E(\beta_o + 1)} \tag{7.50}$$

dove $\beta_o = g_m r_\pi$.

T_{OC} si ottiene sostituendo al generatore comandato $R_E i_2$ un generatore indipendente Y, regolando il generatore v_x in maniera da avere una corrente $i_o = 0$ e calcolando l'effetto prodotto sulla variabile di comando $X = i_2 = i_b$. Poichè avere una corrente $i_o = 0$ equivale ad aprire la maglia di uscita, avremo:

$$\begin{gathered} 0 = R_{ID} i_s + R_E i_s + Y \\ A_v v_{ID} = v_\pi + R_E i_b + R_E i_s \end{gathered} \tag{7.51}$$

da cui:

$$T_{OC} = -R_E \frac{X}{Y}\Big|_{i_o=0} == -R_E \frac{R_E - A_v R_{ID}}{(R_{ID} + R_E)(r_\pi + R_E)} \tag{7.52}$$

Otteniamo infine la stessa formula del calcolo esatto Eq. (7.23):

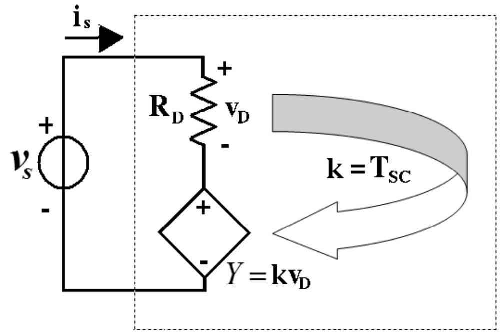
$$R_{OUT} = \frac{v_x}{i_o} = r_o + R_E \ /\!/ \ R_{ID} \frac{r_\pi + r_o \beta_o (A_V + 1)}{r_\pi + R_E \ /\!/ \ R_{ID}(A_V + 1)} \tag{7.53}$$

Da questa formula sostituendo i valori tipici otteniamo $R_{OUT} = 5.05M\Omega$ in accordo con i valori corretti ottenuti in precedenza.

Osservazione 1: per il calcolo di R_{OUT} è stato fatto uno studio di quale sia il generatore comandato più conveniente da utilizzare per avere dei calcoli semplici e veloci. Facendo riferimento allo schema di Fig. 7.2(c), sono quindi stati provati i generatori $R_E i_2$, $R_E i_1$, $A_v v_{ID}$, $g_m v_\pi$. Si è osservato che per i primi tre generatori i calcoli erano particolarmenti lunghi mentre per l'ultimo sono risultati più agevoli. Questo sembra riflettere la regola che afferma di scegliere il generatore che influenza maggiormente le variabili elettriche utilizzate per il calcolo della resistenza desiderata in maniera da avere un collegamento completamente serie o parallelo, in riferimento appunto ai collegamenti della teoria classica. Per maggior chiarezza l'anello formato da $g_m v_\pi$ e r_o può essere trasformato utilizzando il terema di Thevenin in un generatore di tensione $-g_m r_o v_\pi$ in serie con la resistenza r_o a loro volta in serie con il generatore di prova v_x. Otteniamo quindi un collegamento serie tra generatore comandato $-g_m r_o v_\pi$, posto all'uscita della rete di retroazione, il generatore indipendente v_x, che ora costituisce il generatore all'ingresso dell'amplificatore retroazionato, e resto del circuito amplificatore. Come conseguenza la corrente i_o, che ora rappresenta una corrente in entrata, è la stessa che attraversa tutta la serie ed otteniamo il fattore di riporto a circuito aperto T_{OC} nullo. Un ragionamento duale vale per il collegamento in parallelo.

Osservazione 2: da questo esempio abbiamo visto che la formula di Blackman estende e completa la teoria classica anche ai casi dove questa non è applicabile a causa di certe particolarità del circuito. Consideriamo le due Fig.

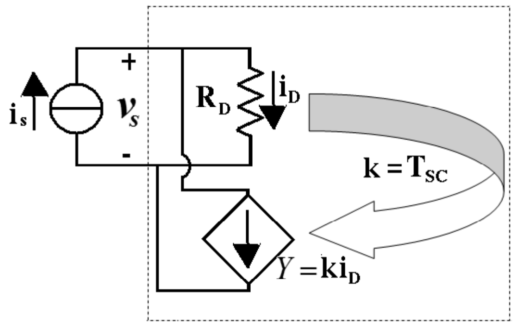
7.3 e 7.4 in cui abbiamo una rete retroazionata di cui vogliamo determinare l'impedenza equivalente tra due suoi punti A e B.



$$R_{IN} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{R_D i_s + kR_D i_s}{i_s} = R_D(1+k) = R_D(1+T_{SC})$$

$$T_{SC} = -\left.\frac{kv_D}{Y}\right|_{v_s=0} = \left.\frac{kv_D}{v_s}\right|_{Y=0} = k$$

Figura 7.3. Schematizzazione di retroazione serie.



$$R_{IN} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{v_s}{\frac{v_s}{R_D} + k\frac{v_s}{R_D}} = \frac{R_D}{1+k} = \frac{R_D}{(1+T_{OC})}$$

$$T_{OC} = -\left.\frac{ki_D}{Y}\right|_{i_s=0} = \left.\frac{ki_D}{i_s}\right|_{Y=0} = k$$

Figura 7.4. Schematizzazione di retroazione parallelo.

Nel caso in cui si abbia un collegamento puramente serie o parallelo la retroazione produce rispettivamente un aumento della resistenza a sistema morto R_D (a causa della diminuzione della corrente i_s dovuta alla sottrazione di potenziale del generatore comandato) o una diminuzione (a causa della diminuzione di v_s dovuta alla sottrazione di corrente del generatore comandato) come avviene nella teoria classica. Tale aumento o diminuzione viene determinato dai fattori di riporto che in questi due casi agiscono separatamente. I fattori di riporto stabiliscono anche il tipo di retroazione in quanto si osserva facilmente che il coefficiente T_{SC} è diverso da zero se a circuito chiuso la retrazione è ancora attiva. Questo si ottiene sostituendo al generatore comandato un generatore indipendente Y e determinando l'effetto sulla variabile di comando X. Analogamente T_{OC} è diverso da zero se a circuito aperto la retroazione è attiva. Per produrre una situazione in cui i due coefficienti siano entrambi diversi da zero dobbiamo, come ad esempio abbiamo visto per l'amplificatore retroazionato che abbiamo qui analizzato, produrre un collegamento che influisca sulla variabile di comando quando il circuito è aperto per la serie oppure quando il circuito è chiuso per il parallelo come in Fig. 7.5. Creiamo così una situazione in cui per la serie anche a circuito aperto la retroazione è attiva e nel parallelo a circuito chiuso la retroazione è ancora attiva.

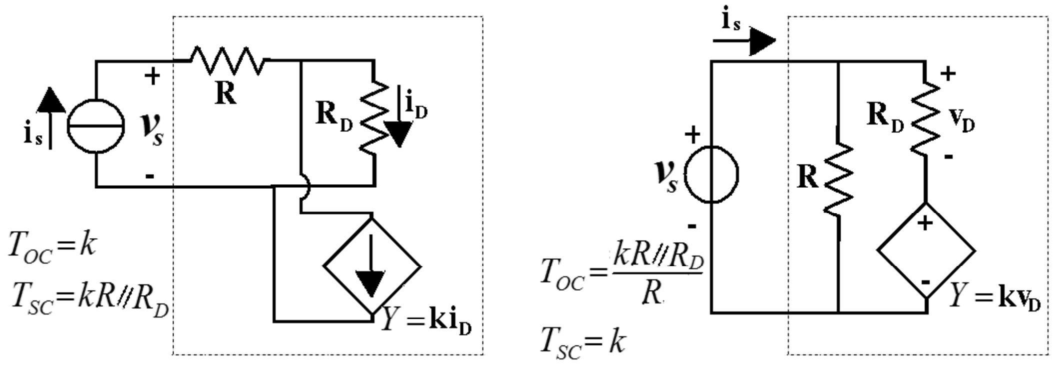


Figura 7.5. Schematizzazione di retroazione mista.

7.3 Amplificatore di corrente

Come terzo esempio consideriamo l'amplificatore di corrente di Fig. 7.6(a). Anche in questo caso, come nel precedente, vogliamo evidenziare che trascurando la corrente di base i_b nella maglia di uscita può portare ad errori considerevoli e far vedere che possonoo essere approssimativamente corretti a posteriori con la teoria classica. I parametri g della rete di retroazione sono dati dalle seguenti equazioni:

$$\begin{array}{ll} g_{11}^F = \left.\frac{i_1}{v_1}\right|_{i_2=0} = r_{o2} & g_{12}^F = \left.\frac{i_1}{i_2}\right|_{v_1=0} = \beta = g_{m2}R_T \\ g_{21}^F = \left.\frac{v_2}{v_1}\right|_{i_2=0} = 0 & g_{22}^F = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{v_1=0} = R_T \end{array} \tag{7.54}$$

essendo $R_T = R_E \;//\; r_{\pi2} \ll r_{o1}$. Viene per l'amplificazione A e per la resistenza di uscita R_{OUT}^A ad anello aperto, trascurando le correnti attraverso r_{o1} e r_{o2}:

$$\begin{array}{l} A = \left.\frac{i_o}{i_s}\right|_{\beta=0} = \frac{\beta_o R}{R+r\pi_1+(\beta_o+1)R_T} \\ R_{OUT}^A = \left.\frac{v_x}{i_o}\right|_{\beta=0} = r_{o1}\frac{\beta_o R_T}{R_T+R+r_{\pi1}} \end{array} \tag{7.55}$$

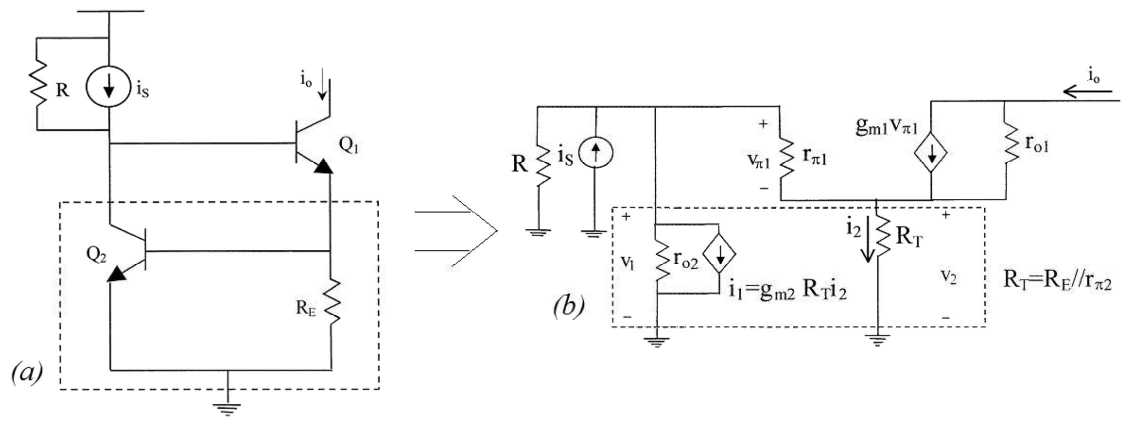


Figura 7.6. Schema elettrico dell'amplificatore controreazionato: (a) circuito iniziale con individuata la rete di retroazione; (b) circuito rappresentato con i parametri g.

essendo $\beta_o = g_{m1}r_{\pi 1}$ e v_x il generatore di prova inserito in uscita. Successivamente dal guadagno d'anello $T = A\beta = Ag_{m2}R_T$ otteniamo la resistenza di uscita ad anello chiuso:

$$R_{OUT} = R^A_{OUT}(1+T) = r_{o1}\frac{\beta_o R_T}{R_T+R+r_{\pi 1}}(1+\frac{\beta_o R g_{m2} R_T}{R+r_{\pi 1}+(\beta_o+1)R_T}) \tag{7.56}$$

Utilizzando i seguenti valori tipici:

$$\begin{aligned} \beta_o &= 100 \\ g_{m1} = g_{m2} &= 27mA/V \\ r_{o1} = r_{o2} &= 100k\Omega \\ R_E &= 1k\Omega \\ R &= 10k\Omega \end{aligned} \tag{7.57}$$

otteniamo $R_{OUT} = 124M\Omega$. La simulazione con SPICE del circuito di Fig. 7.6(b) fornisce invece: $R_{OUT} = 8M\Omega$. Tale differenza dipende dal fatto che ora la corrente i_o alla porta di uscita non è una buona approssimazione della corrente che entra all'ingresso della rete di retroazione. Quest'ultima infatti è la somma di i_o e della corrente di base i_b del transistor Q_2 e quando usiamo il generatore v_x in uscita il rapporto tra le due correnti vale $i_b/i_o = -0.938$ ($i_o > 0$). In questo caso non è possibile trovare una scelta alternativa della rete di retroazione in maniera che la corrente che esce dall'amplificatore sia anche quella che entra nella rete di retroazione, ovvero di riversare la corrente di base i_b in un altro posto della rete. Per effettuare la correzione possiamo comunque procedere come nell'esempio precedente e tenere conto della diminuzione di resistenza dovuta alla corrente i_b che si sottrae nella porta di uscita dovuta ad un collegamento in parallelo.

Apriamo quindi la porta di uscita e valutiamo l'effetto prodotto dalla retroazione sulla variabile di comando i_2 sostituendo al generatore dipendente $g_{m2}R_Ti_2$ il generatore indipendente Y e valutando la corrente della variabile di comando $X = i_2$. Da questo viene il fattore di riporto $T_{OC} = -g_{m2}R_T\frac{X}{Y}|_{i_o=0}$. Il risultato viene facilmente utilizzando SPICE per simulare il circuito di Fig. 7.6(b) ed otteniamo $T_{OC} = 14.66$. La correzione dà quindi $R_{OUT} = 124M/(1 + T_{OC}) = 7.9M\Omega$ in buon accordo con SPICE.

7.4 Amplificatore di tensione

Come quarto esempio consideriamo l'amplificatore di tensione di Fig. 7.7(a). I

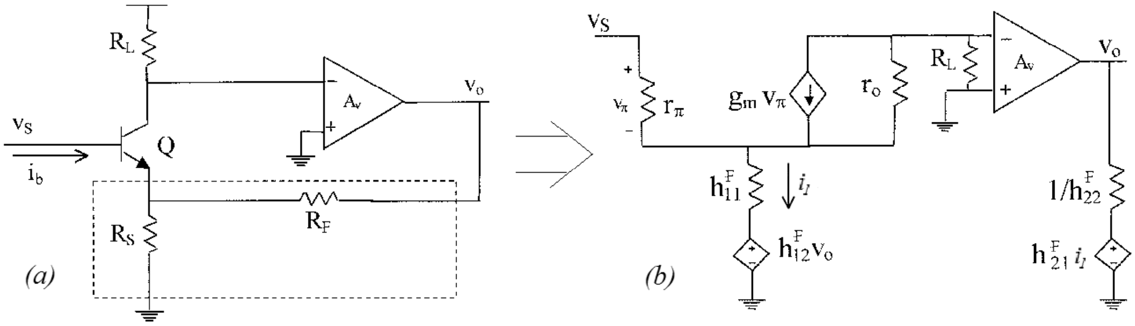


Figura 7.7. Schema elettrico dell'amplificatore controreazionato: (a) circuito iniziale con individuata la rete di retroazione; (b) circuito rappresentato con i parametri h.

parametri h della rete di retroazione sono dati dalle seguenti equazioni:

$$\begin{array}{ll} h_{11}^F = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{v_2=0} = R_S \;//\; R_F & h_{12}^F = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_1=0} = \beta = \frac{R_S}{R_S+R_F} \\ h_{21}^F = \left.\frac{i_2}{i_1}\right|_{v_2=0} = -\frac{R_S}{R_S+R_F} & h_{22}^F = \left.\frac{i_2}{v_2}\right|_{i_1=0} = \frac{1}{R_S+R_F} \end{array} \tag{7.58}$$

essendo. Viene per la resistenza di ingresso a retroazione spenta:

$$\begin{aligned} R_D = &\left.\frac{v_s}{i_b}\right|_{\beta=0} \\ = &\; r_\pi + (R_S \;//\; R_F)\left(1 + \frac{r_o\beta_o - R_S//R_F}{r_o+R_L+R_S//R_F}\right) \\ \simeq &\; r_\pi + (R_S \;//\; R_F)(1 + \beta_o) \\ = &\; R_{IN}^A \end{aligned} \tag{7.59}$$

dove $\beta_o = g_m r_\pi$. Per calcolare il fattore di riporto a ingresso cortocircuitato dobbiamo sostiture al generatore dipendente $h_{12}^F v_o$ il generatore indipendente Y e determinare la variabile di comando $X = v_o$. Viene allora:

$$\begin{aligned} T_{SC} &= -\beta \frac{X}{Y}\Big|_{i_s=0} \\ &= \frac{R_S}{R_S+R_F}\frac{R_L A_v r_\pi (r_o g_m+1)}{R_S/\!/R_F r_o(g_m r_\pi+1)+R_S/\!/R_F(r_\pi+R_L)+r_\pi(r_o+R_L)} \\ &\simeq \frac{R_S}{R_S+R_F}\frac{\beta_o R_L A_v}{r_\pi+R_S/\!/R_F(1+\beta_o)} \\ &= \beta A = T \end{aligned} \tag{7.60}$$

Abbiamo poi per il fattore di riporto a circuito aperto T_{OC}:

$$\begin{aligned} T_{OC} &= -\beta \frac{X}{Y}\Big|_{v_s=0} \\ &= \frac{R_S}{R_S+R_F}\frac{R_L A_v}{R_L+r_o+R_S/\!/R_F} \\ &\simeq \frac{R_S}{R_S+R_F}\frac{R_L A_v}{r_o} \end{aligned} \tag{7.61}$$

Le approssimazioni effettuate dipendono dal fatto che r_o è molto elevata rispetto alle altre resistenze del circuito. Notiamo quindi che l'espressione della teoria classica per la resistenza di ingresso $R_{IN} = R_{IN}^A(1 + T) = R_D(1 + T_{SC})$ darà una resistenza troppo elevata perchè non tiene conto del termine non nullo $(1 + T_{OC})$, incluso nella formula di Blackman, e che tipicamente dovrebbe avere un ordine di grandezza di 10^2. Tale omissione è dovuta al fatto che nel collegamento tra ingresso dell'amplificatore e uscita della rete di retroazione viene prelevata la corrente di collettore del transistor che è significativa e, a causa della retroazione, non si annulla se la porta di ingresso viene aperta dando origine al termine $(1 + T_{OC})$. Questo significa proprio che siamo in presenza di una retroazione ancora attiva pur avendo aperto l'ingresso, ovvero siamo in presenza di una componente parallela nella retroazione. La formula della teoria classica potrà fornire un risultato corretto se fossimo in grado di trovare un generatore dipendente per il quale il termine T_{OC} sia nullo. Questo si potrebbe ottenere se il generatore dipendente fosse scelto in maniera da non sottrarre alcuna corrente dalla maglia di ingresso del circuito. Se cambiamo generatore dipendente e prendiamo quello interno all'amplificatore $A_v v_{ID}$ otteniamo T_{OC} leggermente diverso ma, dopo le semplificazioni ne viene la stessa formula dell'Eq. 7.61.

Capitolo 8

Conclusioni

Abbiamo visto come la teoria classica ed alcune sue estensioni portino, nella valutazione dell'impedenza equivalente vista tra due punti di un circuito retroazionato, a risultati molto lontani dal valore corretto quando si trascurano termini anche molto piccoli. Il motivo di questa discrepanza è riconducibile al fatto che la teoria classica si basa su una rappresentazione del circuito in termini di amplificatore e di rete di retroazione che possono essere rappresentati come doppi bipoli e collegati in serie o in parallelo, dando luogo ai ben noti effetti di aumento o diminuzione rispettivamente dell'impedenza equivalente. Nella pratica accade però che non sempre sia possibile ottenere una rappresentazione così netta per la presenza di collegamenti nella serie o nel parallelo che sottraggono corrente o introducono un potenziale rispettivamente. Per tenere in considerazione tali effetti abbiamo visto che occorre valutare i fattori di riporto a circuito aperto e chiuso rispettivamente e correggere l'impedenza equivalente ottenuta dalle formule classiche. Il risultato che si ottiene è buono, ma non preciso, come abbiamo ad esempio visto nell'esempio di Par. 7.3, in cui A_{TC} e R_{IN} ricavati con le formule classiche differiscono leggermente dai valori esatti della simulazione con SPICE per aver approssimato la corrente di uscita con quella che entra nella rete di retroazione. La formula di Blackman, che deriva dalla formula di Bode, ottenuta dal principio di sovrapposizione applicato alle reti lineari, consente di ottenere risultati esatti senza dover ricorrere ad alcuna ipotesi sui collegamenti tra i doppi bipoli dell'amplificatore e della rete di retroazione. In questa relazione si è trattato solo di sistemi a singolo anello di retroazione. L'estensione al multianello rimane un argomento non trattato nei libri di testo (almeno con il dettaglio visto per il singolo anello).

Bibliografia

[1] R. C. Jaeger, *Microelectronic circuit design*. New York: McGraw-Hill, 1997.
[2] P. R. Gray, P. J. Hurst, S. H. Lewis, R. G. Meyer, *Analysis and design of analog integrated circuits*. New York: Wiley, 2001.
[3] K. R. Laker and W. M. C. Sansen, *Design of analog integrated circuits and systems*. New York: McGraw-Hill, 1994.
[4] J. Millman and C. C. Halkias, *Integrated electronics: analog and digital circuits and system*. New York: McGraw-Hill, 1972.
[5] J. Millman and A. Grabel, *Microelectronics*. New York: McGraw-Hill, 1994.
[6] C. Belove and D. Schilling, ”Feedback made easy for the undergraduate,” *IEEE Trans. Educ.*, vol. E-12, no. 2, 1969.
[7] P. J. Hurst, ”A comparison of two approaches to feedback circuit analysis,” *IEEE Trans. Educ.*, vol. 35, pp. 253-261, Aug. 1992.
[8] R. B. Blackman, ”Effect of feedback on impedance,” *Bell. Syst. Tech. J.*, vol. 22, no. 3, 1943.
[9] H. W. Bode, *Network analysis and feedback amplifier design*. New York: Van Nostrand, 1945.
[10] S. Rosenstark, ”A simplified method of feedback amplifier analysis,” *IEEE Trans. Educ.*, vol. E-17, no. 4, 1974.
[11] F. Corsi, C. Marzocca, G. Matarrese, ”On impedance evaluation in feedback circuits,” *IEEE Trans. Educ.*, vol. 45, no. 4, 2002.